



Alexandre Monteiro Ribeiro

Desenvolvimento de uma Abordagem de Diferencial Eletrônico para um Veículo Elétrico Robótico Multitração

CAMPINAS
2016



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

Alexandre Monteiro Ribeiro

Desenvolvimento de uma Abordagem de Diferencial Eletrônico para um Veículo Elétrico Robótico Multitração

Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica, na Área de Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Orientador: Prof. Dr. André Ricardo Fioravanti
Coorientador: Prof. Dr. Ely Carneiro de Paiva

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO
FINAL DA DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELO
ALUNO Alexandre Monteiro Ribeiro, E ORIENTADO
PELO PROF. DR. André Ricardo Fioravanti.


.....
ASSINATURA DO ORIENTADOR

CAMPINAS
2016

Agência(s) de fomento e nº(s) de processo(s): CAPES, 33003017

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Luciana Pietrosanto Milla - CRB 8/8129

R354d Ribeiro, Alexandre Monteiro, 1990-
Desenvolvimento de uma abordagem de diferencial eletrônico para um veículo elétrico robótico multitração / Alexandre Monteiro Ribeiro. – Campinas, SP : [s.n.], 2016.

Orientador: André Ricardo Fioravanti.

Coorientador: Ely Carneiro de Paiva.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Veículos - Dinâmica. 2. Veículos elétricos. 3. Sistemas de veículos auto-guiados. 4. Controle ótimo. 5. Programação quadrática. I. Fioravanti, André Ricardo, 1982-. II. Paiva, Ely Carneiro de, 1965-. III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. IV. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Development of an electronic differential for a multi-traction electric vehicle

Palavras-chave em inglês:

Vehicles - Dynamics

Electric vehicles

Auto-guided vehicle systems

Optimal control

Quadratic programming

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica

Banca examinadora:

André Ricardo Fioravanti [Orientador]

Niederauer Mastelari

Akebo Yamakami

Data de defesa: 23-05-2016

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

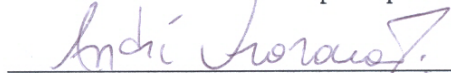
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO

Desenvolvimento de uma Abordagem de Diferencial Eletrônico para um Veículo Elétrico Robótico Multitração

Autor: Alexandre Monteiro Ribeiro
Orientador: André Ricardo Fioravanti

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:



Prof. Dr. André Ricardo Fioravanti, Presidente
DMC/FEM/UNICAMP



Prof. Dr. Niederauer Mastelari
DSI/FEM/UNICAMP



Prof. Dr. Akebo Yamakami
DT/FEEC/UNICAMP

Campinas, 23 de Maio de 2016.

Dedicatória

Sinto que sou um ser afortunado, pois, apesar de viver sem tanta riqueza, tenho uma família que vale mais que qualquer tesouro no mundo. Dedico este trabalho a eles, especialmente aos meus pais, Marcelo e Sandra, e à minha querida irmã, Thaissa. Agradeço com todo meu amor e gratidão, por tudo que fizeram e ainda fazem por mim, pela força, incentivo e amizade sem igual. Sem eles esta conquista não seria possível.

Agradecimentos

Primeiramente a Deus, por ter me possibilitado a este feito.

Ao meu orientador, Prof. Dr. André Ricardo Fioravanti por todo seu apoio e amizade, além de sua dedicação, competência e especial atenção nas revisões e sugestões de crucial importância para este trabalho.

Ao meu coorientador, Prof. Dr. Ely Carneiro de Paiva pelas sugestões, liberdade e confiança referente ao presente trabalho, além da grande amizade e compreensão nos momentos difíceis.

À minha família, a qual amo muito, pelo carinho, paciência e principalmente pela confiança e incentivo durante todo o período de desenvolvimento deste trabalho.

Aos amigos e companheiros de laboratório por me receberem como parte do grupo, pelos momentos de descontração e por todo apoio ao longo deste trabalho.

A todos os professores do mestrado que de alguma forma contribuíram para minha formação.

Aos professores Niederauer Mastelari e Akebo Yamakami, que aceitaram compor minha banca de defesa, pelas sugestões, elogios e demais contribuições.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo - FAPESP, pelo financiamento do Projeto VERDE, chamada 2014/02672-9.

Ao Fundo de Apoio ao Ensino, à Pesquisa e Extensão - FAEPEX, pelo indispensável apoio financeiro.

*Failure is simply the opportunity to begin
again, this time more intelligently.*

Henry Ford

Resumo

RIBEIRO, Alexandre Monteiro. Desenvolvimento de uma Abordagem de Diferencial Eletrônico para um Veículo Elétrico Robótico Multitração. 2016. 97p. Dissertação (Mestrado). Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

Este trabalho documenta a concepção e desenvolvimento de estratégias de controle de distribuição de torques para veículos elétricos multitração. O estudo se concentra em um veículo elétrico convencional com rodas motrizes traseiras e tem como finalidade incrementar a estabilidade do veículo em situações adversas.

A distribuição independente de torque pode ser obtida através do uso de diferencial eletrônico, também conhecido na literatura por vetorização de torque. Esta técnica é capaz de gerar forças adicionais nos pneus e criar um momento de guinada sobre o veículo através da aplicação de torques individuais nas rodas de um eixo, sem deteriorar seu desempenho longitudinal. Nesta dissertação são apresentadas três estratégias de controle para o diferencial eletrônico. A primeira abordagem é realizada através de um controlador clássico PI. A segunda consiste em um controlador LQR embasada em um modelo simplificado do veículo, denominado modelo planar. Finalmente, a terceira abordagem é desenvolvida através de controle ótimo em tempo finito, em que, em cada instante de tempo, calcula-se a melhor atuação de torques para o veículo. Desta forma, agrega-se informações da dinâmica dos pneus e os efeitos de rolagem e distribuição de carga nos pneus do veículo ao realizar curvas.

O trabalho inclui a modelagem utilizada na construção de um simulador em Matlab/Simulink. Escolheu-se um modelo capaz de avaliar os movimentos nos três eixos do veículo e com respostas precisas ao longo da execução de manobras. Para este propósito são apresentados os modelos dos motores elétricos, do sistema de propulsão, a dinâmica de corpo rígido, o sistema de amortecedores e a interação pneu-solo.

Palavras-chave: Veículos - Dinâmica, Veículos elétricos, Sistemas de veículos auto-guiados, Controle ótimo, Programação quadrática.

Abstract

RIBEIRO, Alexandre Monteiro. Development of an Electronic Differential for a Multi-Traction Electric Vehicle. 2016. 97p. Dissertation (Master degree). School of Mechanical Engineering, State University of Campinas, Campinas.

This dissertation documents the conception and development of control strategies to allocate independent traction forces in an electric vehicle equipped with two rear driving wheels, for the purpose of enhancing the vehicle stability control system.

The independent torque distribution can be achieved through the use of electronic differential, also known in the literature by torque vectoring. This approach is capable to generate optimal additional tire forces and yaw moment over the vehicle through the application of individual wheel torques without deteriorating the longitudinal performance of the vehicle. In this work three different torque vectoring control algorithms will be presented. The first control algorithm is a classical PI controller. The second controller is an LQR controller based upon a two-track model. Finally, the third controller is an optimal control based in quadratic programming, considering a two-track model. Therefore, the tyre dynamics, the load distribution and the roll over motion are considered during the curves.

The work includes the concept of the mathematical model used in the construction of a simulator that has the ability to evaluate the vehicle dynamics and responses of maneuvers. For this purpose, a complete simulation model including motors, propulsion system, body dynamics, damper system and tire-ground interaction is developed.

Keywords: Vehicles - Dynamics, Electric vehicles, Auto-guided vehicle systems, Optimal control, Quadratic programming.

Lista de Figuras

1.1	Sistema de transmissão de um veículo com motor a combustão interna.	21
1.2	Sistema de transmissão de veículos elétricos com (a) diferencial mecânico e (b) diferencial eletrônico.	21
1.3	(a) Plataforma elétrica do Projeto VERDE em desenvolvimento, (b) Veículo robótico elétrico do Projeto VERO - CTI.	23
1.4	Arquitetura do diferencial eletrônico com controlador LQR.	25
1.5	Arquitetura do diferencial eletrônico com controlador LPV.	25
1.6	Arquitetura do diferencial eletrônico com controlador baseado em PL.	26
1.7	Estrutura global do diferencial eletrônico baseado em <i>Sliding Mode Control</i>	26
2.1	Modelo tridimensional do veículo com suspensão independente (CORDEIRO, 2013).	30
2.2	Geometria de Ackerman. (a) Modelo equivalente de bicicleta e (b) Veículo completo.	31
2.3	Esquemático de um motor DC.	33
2.4	Variáveis da dinâmica do pneu.	35
2.5	Ângulo de derrapagem nos pneus dianteiros e traseiros.	37
2.6	Gráfico das forças: (a) Longitudinal pela taxa de escorregamento, (b) Lateral pelo ângulo de derrapagem, considerando coeficiente de atrito μ igual a 1.	38
2.7	Regiões das forças (a) Longitudinal, (b) Lateral.	39
2.8	Teoria da Elipse de atrito para as forças combinadas.	40
2.9	Força lateral pela longitudinal (círculo de atrito), obtido pelo modelo de Pacejka, com coeficiente de atrito $\mu = 1$ e $F_z = 3000\text{N}$	40
2.10	(a) Força longitudinal pela taxa de escorregamento para diferentes valores de α , (b) Força lateral pelo ângulo de derrapagem para diferentes valores de σ	41
2.11	Diagrama do simulador no SIMULINK (CORDEIRO, 2013).	42
2.12	Implementação da dinâmica do motor em SIMULINK.	42
2.13	Implementação da dinâmica da direção em SIMULINK.	43
3.1	Distribuição de torques e momento de guinada.	47
3.2	Curva constante à direita	48
3.3	Torques nos motores em terreno regular com velocidade constante $8 [m/s]$	48

3.4	Arquitetura do diferencial idealizado (KOYAMA e outros, 2013).	49
3.5	Esquemático de forças no veículo no plano xy .	50
3.6	Limite da região linear do modelo do pneu.	60
3.7	Estrutura hierárquica de controle do sistema proposto.	61
4.1	Manobra de esterçamento <i>Sine with Dwell</i> .	65
4.2	Curvas de: (a) Velocidade longitudinal. (b) Velocidade lateral. (c) Velocidade angular. (d) Ângulo de derrapagem	65
4.3	Distribuição de torques nas rodas traseiras para as abordagens: (a) PI, (b) LQR, (c) Programação quadrática PQ_r e (d) Programação quadrática PQ_β .	66
4.4	Taxa de escorregamento nas rodas Traseiras (a) Esquerda e (b) Direita.	67
4.5	Ângulo de derrapagem nas rodas Traseiras (a) Esquerda e (b) Direita.	67
4.6	Direção comandada para a curva à direita.	68
4.7	Distribuição de torques nas rodas traseiras para as abordagens: (a) PI, (b) LQR, (c) Programação quadrática PQ_r e (d) Programação quadrática PQ_β .	69
4.8	Curvas de: (a) Velocidade longitudinal. (b) Velocidade lateral. (c) Velocidade angular. (d) Ângulo de derrapagem	70
4.9	Taxa de escorregamento nas rodas Traseiras (a) Esquerda e (b) Direita.	71
4.10	Ângulo de derrapagem nas rodas Traseiras (a) Esquerda e (b) Direita.	71
4.11	Velocidade angular das rodas para as diferentes abordagens. (a) PI. (b) LQR. (c) PQ_r . (d) PQ_β .	72
4.12	(a) Direção comandada e (b) Trajetória esperada no terreno com faixas de atrito.	73
4.13	Curvas de: (a) Velocidade longitudinal. (b) Velocidade lateral. (c) Velocidade angular. (d) Ângulo de derrapagem	74
4.14	Distribuição de torques nas rodas traseiras para as abordagens: (a) PI, (b) LQR, (c) Programação quadrática PQ_r e (d) Programação quadrática PQ_β .	75
4.15	Taxa de escorregamento nas rodas Traseiras (a) Esquerda e (b) Direita.	75
4.16	Ângulo de derrapagem nas rodas Traseiras (a) Esquerda e (b) Direita.	76
4.17	Velocidade angular das rodas para as diferentes abordagens. (a) PI, (b) LQR, (c) PQ_r , (d) PQ_β .	77
5.1	(a) Controlador de direção: formado por um ganho de <i>feedforward</i> , uma correção de <i>feedback</i> e uma parcela de amortecimento da direção <i>damping</i> . (b) Definição do erro de orientação ($\Delta\Psi$) e do erro referente à distância <i>lookahead</i> (e_{la}).	79

5.2	Modelo cinemático de bicicleta e referências de trajetória (adaptado de Cordeiro (2013)).	80
5.3	Cenário de mudança dupla de faixa.	82
5.4	Comando de direção para a manobra de mudança dupla de faixa.	83
5.5	Trajetoária desejada e obtidas para a mudança de faixa.	83
5.6	Velocidade lateral.	83
5.7	Taxa de guinada.	84
5.8	Ângulo de derrapagem.	85
5.9	Distribuição de torques para a manobra de mudança dupla de faixa nas rodas traseiras para as abordagens: (a) PI, (b) LQR, (c) Programação quadrática PQ_r e (d) Programação quadrática PQ_β	86

Lista de Tabelas

2.1	Variáveis de estado	43
A.1	Ganhos e constantes dos controladores	96
A.2	Parâmetros gerais do veículo	97

Lista de Abreviaturas e Siglas

Letras Latinas

$\vec{V} = [u \ v \ w]'$	- Vetor velocidade do veículo
$\vec{F}_R = [F_x \ F_y \ F_z]'$	- Vetor força no CG do veículo
\vec{F}_{AV}	- Vetor de força de arrasto aerodinâmico
$\vec{T} = [T_x \ T_y \ T_z]'$	- Vetor de torque
$\vec{T}_{A\omega}$	- Vetor de torque de arrasto aerodinâmico
$\vec{P} = [P_x \ P_y \ P_z]'$	- Posição do CG do veículo
B_{pac}	- Fator de rigidez da fórmula mágica de Pacejka
C_{pac}	- Fator de forma da fórmula mágica de Pacejka
D_{pac}	- Fator de pico da fórmula mágica de Pacejka
E_{pac}	- Fator de curvatura da fórmula mágica de Pacejka
Y_{pac}	- Valor estimado pela função de Pacejka
x_{pac}	- Variável da fórmula de Pacejka
C_σ	- Constante de rigidez longitudinal
C_α	- Constante de rigidez lateral
a	- Distância do CG ao eixo dianteiro do veículo
b	- Distância do CG ao eixo traseiro do veículo
c	- Distância do CG até a lateral do veículo
c_s	- Coeficiente de amortecimento da suspensão
$k_{\Omega M}$	- Constante de proporcionalidade da força contra eletromotriz
b_{AV}	- Coeficiente de atrito aerodinâmico do movimento linear
$b_{A\omega}$	- Coeficiente de atrito aerodinâmico do movimento angular
m	- Massa do veículo
r_R	- Raio da roda
t	- Tempo
k_{dir}	- Ganho da dinâmica da direção

Matrizes e Vetores

- A,B,E** - Matrizes dinâmicas do modelo linear do veículo
P - Matriz Hessiana
S - Matriz de rotação do referencial global para o local
R - Matriz de conversão de $\vec{\Phi}$ em $\vec{\omega}$.
J - Tensor de inércia do veículo

Letras Gregas

- Γ - Sistema de coordenadas
 Ω_R - Velocidade de rotação da roda
 Ω_M - Velocidade de rotação do motor
 $\vec{\Psi} = [\psi \ \theta \ \phi]'$ - Vetor velocidade angular
 $\vec{\omega} = [p \ q \ r]'$ - Vetor velocidade angular
 α - Ângulo de derrapagem da roda
 β - Ângulo de derrapagem do veículo
 δ - Ângulo de esterçamento
 μ - Coeficiente de atrito
 ϕ - Ângulo de rolagem
 ψ - Ângulo de guinada
 σ - Taxa de escorregamento do pneu
 τ_{dir} - Constante de tempo da direção
 η - Relação de transmissão do motor

Siglas

CTI	-	Centro de Tecnologia da Informação Renato Archer
UNICAMP	-	Universidade Estadual de Campinas
VERDE	-	Veículo Elétrico Robótico com Diferencial Eletrônico
VERO	-	Veículo Robótico de exterior
CG	-	Centro de gravidade
PI	-	Proporcional-integrativo
LQR	-	<i>Linear-Quadratic Regulador</i>
LPV	-	<i>Linear parameter-varying</i>
PL	-	Programação linear
PQ	-	Programação quadrática
VDC	-	<i>Vehicle Dynamic Control</i>
ABS	-	<i>Anti-lock Braking System</i>
TCS	-	<i>Traction Control System</i>
ESC	-	<i>Electronic Stability Control</i>
ESP	-	<i>Electronic Stability Program</i>
VDC	-	<i>Vehicle Dynamic Control</i>
ADAS	-	<i>Advanced Driver Assistance Systems</i>
VH	-	Veículos Híbridos
VE	-	Veículos Elétricos

Sobrescritos e subscritos

<i>DE</i>	-	Referente à roda dianteira esquerda
<i>DD</i>	-	Referente à roda dianteira direita
<i>TE</i>	-	Referente à roda traseira esquerda
<i>TD</i>	-	Referente à roda traseira direita
<i>R</i>	-	Referente a uma roda qualquer
<i>cmd</i>	-	Referente a um sinal comandado
<i>max</i>	-	Referente ao máximo valor do sinal
<i>D</i>	-	Direito
<i>E</i>	-	Esquerdo

SUMÁRIO

Lista de Figuras	10
Lista de Tabelas	13
Lista de Abreviaturas e Siglas	14
SUMÁRIO	17
1 Introdução	19
1.1 Motivação	20
1.2 Descrição do Trabalho	22
1.3 Revisão da Literatura	24
1.4 Visão Geral e Estrutura do Trabalho	27
2 Dinâmica Veicular e Simulação	28
2.1 Modelo adotado	28
2.1.1 Corpo do veículo	29
2.2 Sistema de direção	31
2.3 Sistema de propulsão	33
2.4 Interação pneu-solo	34
2.5 Ambiente em simulação	41
2.6 Considerações Finais	43
3 Desenvolvimento do Sistema Diferencial Eletrônico	45
3.1 Sistemas de Controle Propostos	47
3.2 Controle Clássico PI	47
3.3 Controle LQR	49
3.3.1 Modelo Simplificado	51
3.3.2 Síntese do controlador	54
3.4 Programação Quadrática	55
3.4.1 Controle de movimento	55

Velocidade angular e momento de referência	55
Velocidade longitudinal e força de referência	58
3.4.2 Distribuição de Forças	58
3.4.3 Otimização Convexa	61
3.5 Considerações Finais	63
4 Resultados em Simulação	64
4.1 Terreno regular com alta aderência	64
4.2 Terreno com variação de atrito	68
4.2.1 Baixa aderência nas rodas internas à curva	68
4.2.2 Faixas de baixa aderência	73
4.3 Considerações Finais	77
5 Controle de Posição Lateral	78
5.1 Modelo Cinemático de Bicicleta	79
5.2 Manobra Mudança Dupla de Faixa	82
5.3 Considerações Finais	85
6 Conclusões e Trabalhos Futuros	87
6.1 Conclusões Gerais	87
6.2 Trabalhos Futuros	89
Referências	91
APÊNDICES	96
A – Dados gerais utilizados em simulação	96

Introdução

Os atuais esforços de pesquisas em veículos buscam agregar capacidades sensoriais, de percepção tanto do veículo em si quanto do meio onde ele se encontra e de tomada de decisão, visando o estabelecimento de estratégias de operação substancialmente autônomas. Como motivadores desses esforços, pode-se citar a ampla e relevante gama de aplicação desses veículos, a redução dos custos de sensores e sistemas de processamento, e o mercado crescente que se apresenta.

No domínio de controle da dinâmica veicular, o desenvolvimento nos últimos anos é caracterizado por sistemas eletrônicos e mecânicos ativos que concedem ao veículo melhores respostas no movimento, economia de combustível e aumento de estabilidade.

Um sistema de segurança ativo tem a capacidade de atuar no comportamento dinâmico do veículo durante condições de condução adversas. Tecnicamente, estes sistemas podem ser divididos em duas categorias gerais: a primeira consiste de sistemas avançados de assistência ao condutor (*Advanced Driver Assistance Systems* - ADAS) que objetivam aprimorar os comandos do motorista. Dentre os principais já existentes comercialmente, pode-se citar o assistente de freio de emergência (*Emergency Brake Assistant* - EBA), aviso de mudança de faixa (*Lane Departure Warning* - LDW) e assistente de conservação de trajetória (*Lane Keeping Assistance System* - LKAS) (KAISER, 2015).

Já a segunda categoria apresenta influência direta sobre o comportamento do veículo. Estes sistemas são comumente referenciados como sistemas de controle da dinâmica veicular (*Vehicle Dynamic Control* - VDC) e analisam, através de uma série de sensores, os parâmetros que afetam a estabilidade do veículo. Assim, em situações extremas, assumem o controle parcial ou total do veículo para tomar as medidas necessárias. Pode-se citar o sistema de freios antitravamento (*Anti-lock Braking System* - ABS), o sistema de controle de tração (*Traction Control System* - TCS) e

o controle de estabilidade eletrônica (*Electronic Stability Control* - ESC ou *Electronic Stability Program* - ESP) (KAISER, 2015).

As primeiras tentativas de desenvolver os sistemas VDC remontam ao início de 1980 (KHAJEPOUR *e outros*, 2014). Desde então, resultaram na implementação de sistemas comerciais, que utilizam torques de tração e de frenagem para evitar a perda de aderência entre os pneus e o solo, promovendo ao veículo, portanto, maior capacidade de manobras evitando situações potencialmente perigosas.

A grande maioria das tecnologias dos sistemas ativos de segurança disponíveis nos veículos de motor a combustão interna utilizam exclusivamente o sistema independente de freios para gerir as forças e os momentos sob o veículo, e, conseqüentemente, a estabilidade veicular.

Com base na arquitetura inovadora de motorização dos veículos híbridos (VH) e elétricos (VE), o desempenho dos métodos VDC pode ser consideravelmente melhorado. Além disso, já é reconhecido que os veículos elétricos são inerentemente mais adequados para realizar o controle de estabilidade em relação aos veículos convencionais com motor a combustão interna (MCI) (SHUAI *e outros*, 2014), (GENG *e outros*, 2009).

1.1 Motivação

Neste contexto, a motivação deste estudo está associada ao sistema de transmissão do veículo, através da análise da distribuição independente de torques nas rodas de um veículo elétrico para o controle da dinâmica veicular, inspirado em sistemas VDC.

A arquitetura de um sistema de transmissão de um veículo convencional MCI é ilustrado pela Figura 1.1. A partir do motor, a energia mecânica é encaminhada através do sistema de embreagem (SE) para a caixa de câmbio (CC).

O sistema de embreagem é um dispositivo mecânico de acoplamento entre o motor e a caixa de câmbio, permitindo a mudança das relações de transmissão, denominadas marchas. Na caixa de câmbio, a energia mecânica é modulada em torque e velocidade de rotação que são transferidos

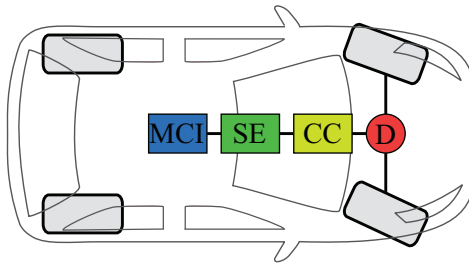


Figura 1.1: Sistema de transmissão de um veículo com motor a combustão interna.

para o diferencial. Finalmente, a partir do diferencial, divide-se a energia para as rodas esquerda e direita (KAISER, 2015).

Pode-se dividir os veículos elétricos em duas classes gerais de sistemas de transmissão, ilustrados pelas Figuras 1.2a e 1.2b. Na primeira delas, o motor a combustão é substituído por um motor elétrico. Neste caso, não se faz necessário o uso do sistema de embreagem e da caixa de redução. No entanto, os motores possuem uma redução única e é considerada nos diagramas como parte do motor elétrico.

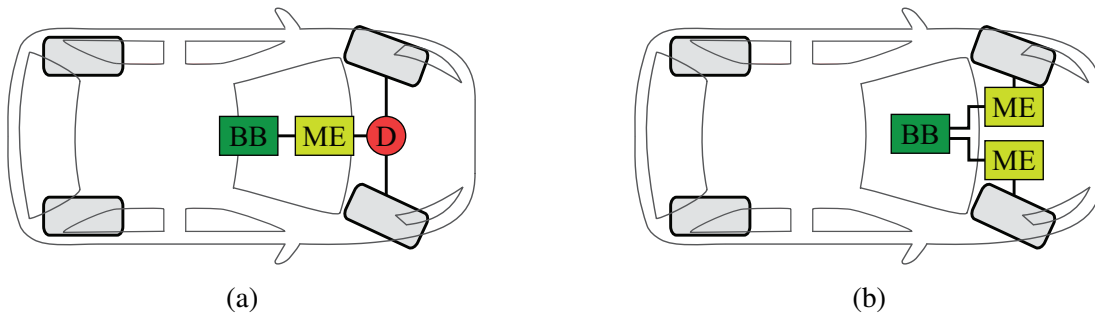


Figura 1.2: Sistema de transmissão de veículos elétricos com (a) diferencial mecânico e (b) diferencial eletrônico.

O banco de baterias (BB) é conectado ao motor elétrico (ME), que está ligado ao diferencial (D), encaminhando a energia para as respectivas rodas. Vale observar que esta classe pode contemplar também arquiteturas com trações traseiras ou mesmo nas quatro rodas, porém, é marcado ainda com o uso do diferencial mecânico.

Para o segundo caso, descrito pela Figura 1.2b, o diferencial é removido através da integração de dois motores. Este conceito pode ser estendido para veículos com motores nos eixos dianteiros, traseiros ou mesmo nas quatro rodas.

A vantagem desta nova arquitetura (Figura 1.2b) consiste na possibilidade de controle individual dos torques nas rodas do veículo, e, de forma intrínseca, consegue-se aprimorar o comportamento do veículo visando segurança, desempenho e economia.

Além disso, parte significativa da pesquisa científica em veículos autônomos de quatro rodas ainda é focada em veículos de passeio, que supõem a navegação em ambiente bem comportado como, por exemplo, o pavimento asfaltado plano que possibilita o conhecimento de certas variáveis relativas ao ambiente além de simplificações com relação às condições de contato pneu-solo.

Já para o caso de veículos em ambiente todo-terreno (*off-road*), os efeitos em seu movimento ocasionados, por exemplo, por derrapagens, irregularidades e inclinações fortes, torna o controle complexo, representando ainda grandes desafios tecnológicos e científicos.

Um desses desafios é justamente a abordagem de distribuição de torques nas rodas não esterçáveis de um veículo multitrção, conhecido como diferencial eletrônico. A grande maioria das abordagens de diferencial eletrônico existente se limita a impor velocidades distintas e proporcionais nas rodas não esterçáveis durante a execução de uma curva e não se preocupa com a distribuição adequada de torque nas duas rodas para contemplar situações complexas de aderência como escorregamento, derrapagem, perda de aderência de uma das rodas e irregularidades do solo.

Portanto, o desenvolvimento de um sistema diferencial eletrônico que permita uma adequada distribuição de torques para a navegação do veículo em condições adversas também é uma motivação deste trabalho.

1.2 Descrição do Trabalho

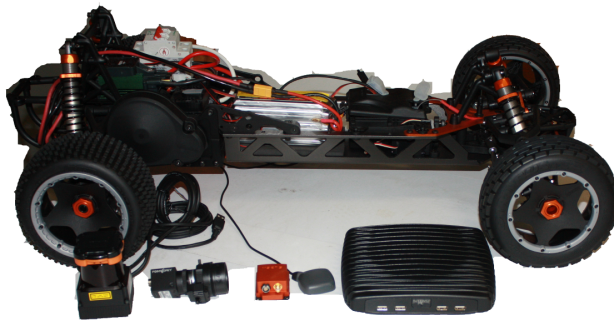
O presente trabalho é parte de um projeto multi-disciplinar denominado VERDE - Veículo Robótico Elétrico de Diferencial Eletrônico - originado pela cooperação existente entre a FEM-UNICAMP e o Centro de Tecnologia da Informação Renato Archer CTI-Campinas, onde o veículo está atualmente em construção.

O projeto VERDE propõe construir um veículo em escala (na proporção 1:5 de um veículo

convencional) de baixo custo. Sua estrutura é proveniente de um modelo comercial controlado por rádio, alimentado por dois motores elétricos independentes traseiros. A Figura 1.3a exibe partes do projeto em construção.

Através desta plataforma, objetiva-se viabilizar estudos experimentais, tais como navegação autônoma, estimadores de estados, validação de simuladores ou demais estudos de quaisquer outra natureza que necessitem de um ambiente completo.

Atualmente, o CTI conduz também, através de sua Divisão de Robótica, o Projeto VERO – Veículo Robótico de Exterior, cuja plataforma é o veículo elétrico da Figura 1.3b, com o objetivo de estabelecer estratégias de navegação autônoma em ambientes de campo (robótica agrícola) ou urbanos.



(a)



(b)

Figura 1.3: (a) Plataforma elétrica do Projeto VERDE em desenvolvimento, (b) Veículo robótico elétrico do Projeto VERO - CTI.

Assim, a proposta deste estudo está inserido no contexto de ambos os projetos (VERO e VERDE). Ambos veículos elétricos de tração traseira.

As atividades atribuídas a este trabalho limitam-se ao estudo de um veículo convencional elétrico, exclusivamente sob o ponto de vista da tração elétrica traseira. O objetivo desta pesquisa reside, portanto, no estudo e análise em simulação dos efeitos da distribuição de torques na dinâmica de um veículo robótico terrestre de quatro rodas, especialmente em condições de terreno irregular com variações de aderência.

1.3 Revisão da Literatura

Diferentes técnicas referentes a distribuição de torques, tanto entre eixos (dianteiro e traseiro) como entre rodas (direita e esquerda) tem sido investigadas e apresentam resultados relevantes para a implementação do diferencial eletrônico. Estes estudos, apresentados tanto em simulação numérica quanto experimentalmente, destinam-se a acrescentar ao veículo características que garantam a estabilidade em situações críticas, manobrabilidade e conforto no movimento.

Nos trabalhos de Yogurtcu *e outros* (2015) uma importante análise numérica é descrita. Os autores utilizam o momento de guinada para designar os torques às rodas. Seu principal objetivo consiste em manter o veículo em sua região de operação linear, e consequentemente, garantir a resposta do veículo em situações normais de condução.

Em seu trabalho, adota-se o modelo simplificado do veículo, conhecido como *Single-Track Model*. Este é o modelo mais simples na literatura e consiste em fundir as duas rodas de um eixo em uma única roda. Neste modelo assume-se forças laterais iguais e lineares em relação ao ângulo de escorregamento α (assunto tratado no Capítulo 2).

A dinâmica deste novo sistema é descrita em um modelo em espaço de estados que descreve o comportamento lateral do veículo, linearizado em torno da velocidade longitudinal de referência. Além disso, assume-se baixos valores de escorregamento e derrapagem (ver Capítulo 2).

A partir deste sistema linear, um controlador LQR é sintetizado. A Figura 1.4 exhibe o diagrama proposto por Yogurtcu *e outros* (2015). O principal objetivo do controlador reside em minimizar o erro da taxa de guinada, a partir do qual, um momento de correção é obtido. Os parâmetros exibidos nos diagramas apresentados serão tratados no Capítulo 2 e podem ser verificados na lista de siglas.

Outra abordagem de distribuição de torques é proposta por Kaiser (2015). Seu trabalho também é fundamentado no modelo simplificado, porém, é tratado como um sistema LPV, removendo a linearização ao redor de uma velocidade longitudinal fixa. Além disso, o autor aprofunda o estudo através da inserção de compensadores *anti-windup* a fim de se evitar escorregamento excessivo nas rodas tracionadas e de respeitar a potência máxima dos motores. Ademais, são apresentados resultados numéricos e experimentais.

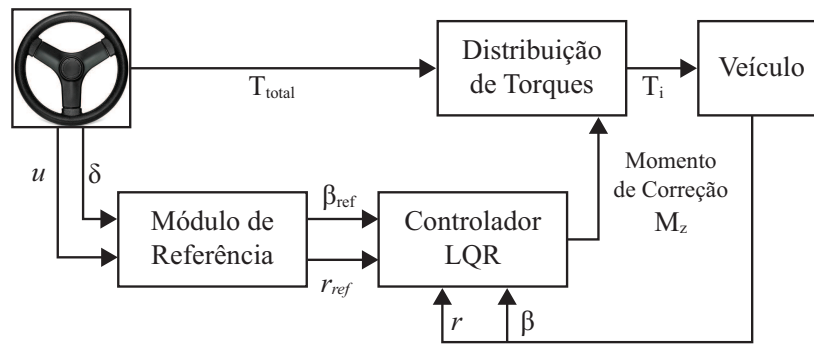


Figura 1.4: Arquitetura do diferencial eletrônico com controlador LQR.

Sua estrutura de controle do sistema de transmissão é exibido pela Figura 1.5. O sistema de distribuição de torques recebe os sinais de entrada do observador do veículo e da unidade de decisão de comando (UD1). Como saída, tem-se os sinais de torques de referência. Estes pedidos são enviados para uma segunda unidade de decisão de segurança (UD2) que decide se as referências são aceitáveis para os atuadores.

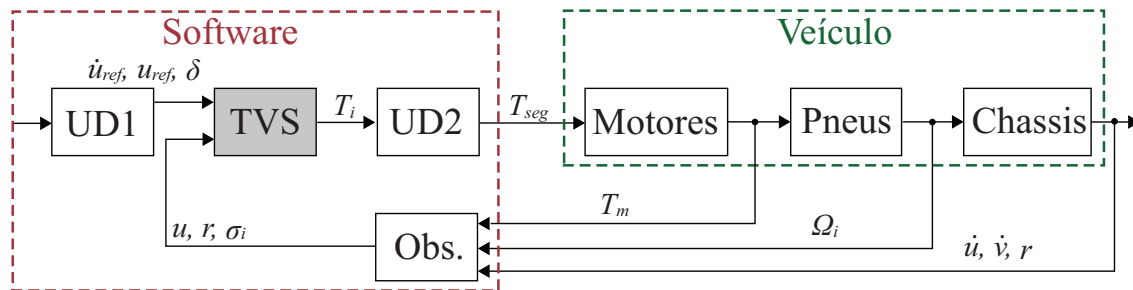


Figura 1.5: Arquitetura do diferencial eletrônico com controlador LPV.

Outra abordagem para o problema do diferencial eletrônico ainda dentro da análise numérica e computacional é proposta por Stoop (2014). Neste estudo é adotado o modelo planar ou *Dual-Track Model*, que descreve os movimentos longitudinal, lateral e de guinada no CG do veículo.

O controlador desenvolvido é baseado em programação linear (PL), a arquitetura do sistema diferencial proposto, bem como a a arquitetura de controle são apresentados na Figura 1.6.

Neste método de controle, a referência de momento é calculada no bloco "pré processo". As forças máximas em cada pneu e força total são calculadas nos blocos inferiores através da dinâmica envolvida entre o pneu e o solo. Por fim, estes valores são empregados na construção de um problema de otimização convexa resolvido através de PL, cujas variáveis de controle são os torques nos motores.

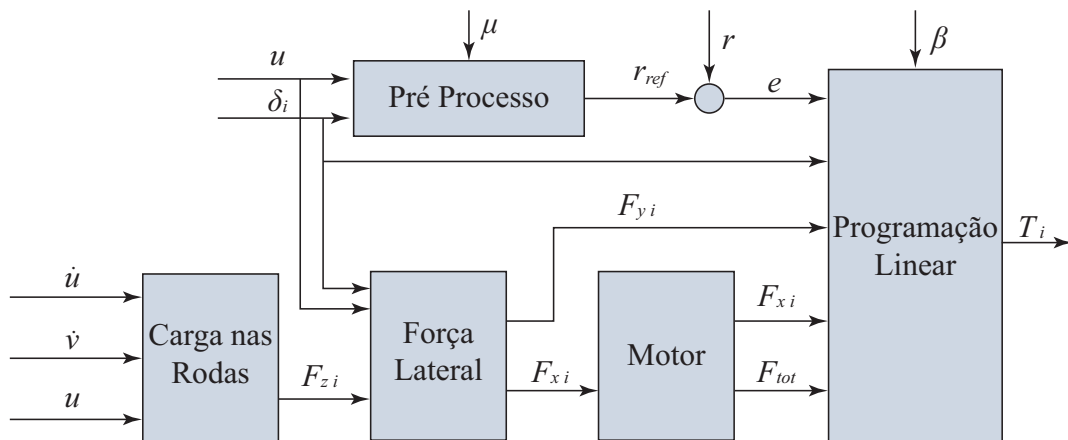


Figura 1.6: Arquitetura do diferencial eletrônico com controlador baseado em PL.

Em Goggia *e outros* (2014), é proposto um diferencial eletrônico fundamentado no controle da taxa de guinada. Seu objetivo reside em definir, através de um algoritmo baseado em um controlador *integral sliding mode* (ISMC), um momento de guinada de referência, transformado em torques de referência que são enviados para os motores.

O esquemático simplificado da estrutura global de controle é mostrado na Figura 1.7. As referências são definidas por meio da interpretação dos comandos do motorista e pela realimentação dos dados estimados e medidos do veículo.

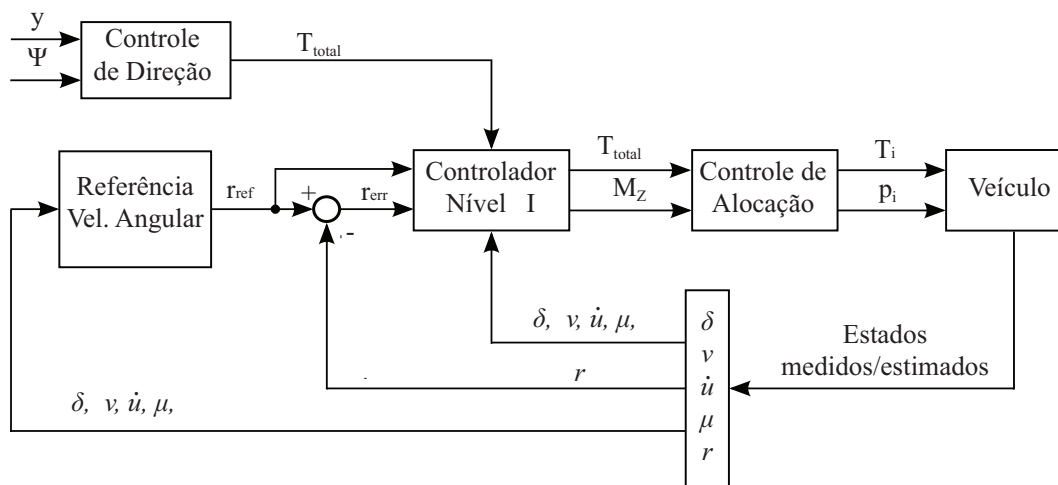


Figura 1.7: Estrutura global do diferencial eletrônico baseado em *Sliding Mode Control*.

1.4 Visão Geral e Estrutura do Trabalho

Capítulo 2: Dinâmica Veicular e Simulação

Neste capítulo são apresentados os detalhes do modelo dinâmico do movimento do veículo e o do pneu utilizados na construção do simulador. No Capítulo 2 também é apresentado a geometria de direção das rodas esterçáveis e uma breve descrição do sistema de propulsão.

Capítulo 3: Desenvolvimento do Sistema Diferencial Eletrônico

O capítulo 3 descreve o sistema diferencial eletrônico, expressando o problema de distribuição de torques nas rodas motrizes. Em seguida, é descrito detalhadamente o processo de concepção dos diferentes modelos de controlador elaborados como solução para o diferencial.

Capítulo 4: Resultados em Simulação

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos em simulação. As respostas são analisadas e detalhadas para cada uma das técnicas idealizadas no Capítulo 2. Para uma análise abrangente, são construídos diferentes perfis de terreno, percorridos a velocidades variadas e com diversificados comandos de direção.

Capítulo 5: Controle de Posição Lateral

No capítulo 5, um cenário de condução é explorado. A manobra de mudança dupla de faixa é executada para analisar o movimento lateral do veículo. Para isto, um controlador linear de posição lateral é apresentado. Este teste é utilizado para investigar o comportamento dinâmico do veículo.

Capítulo 6: Conclusões e Trabalhos Futuros

São apresentados as conclusões e considerações finais inerentes aos resultados obtidos. Além disso, são propostas melhorias e estudos futuros seguindo a linha de trabalho apresentada.

Capítulo 2

Dinâmica Veicular e Simulação

Nesta seção são apresentadas as equações que representam o modelo idealizado, implementado em ambiente MATLAB/SIMULINK.

Escolheu-se um modelo dinâmico que contempla os movimentos tridimensionais de um veículo convencional, de forma a permitir, por exemplo, a reprodução dos efeitos de rolagem e distribuição de carga sobre os pneus.

2.1 Modelo adotado

O comportamento dinâmico veicular tem sido amplamente estudado nos últimos anos através de modelos matemáticos que representam seus movimentos. Pode-se citar diversas referências sobre o assunto, como Milliken e Milliken (1995), Blundell e Harty (2004), Jazar (2014), Rajamani (2012) e Pacejka (2006). Mais recentemente, vê-se também o estudo crescente com foco em veículos híbridos e elétricos, como nos livros de Liu (2013) e Khajepour *e outros* (2014).

Doumiati (2009) divide o veículo em dois elementos principais, o primeiro é o corpo central do veículo que descreve o seu deslocamento, e o segundo é o pneu, que é o meio de geração de forças através do contato com o solo. Uma vez que esses subsistemas estão fortemente acoplados por suspensões e dependentes da direção, o movimento total do veículo depende de um modelo completo.

Para os propósitos descritos, será adotado o modelo retratado no trabalho de Cordeiro (2013).

O veículo é constituído por um corpo rígido com suspensões independentes nas quatro rodas. Além disso, conta com um sistema de direção com esterçamento nas rodas dianteiras definido pela geometria de Ackerman. Ademais, adota-se uma propulsão realizada por dois motores elétricos independentes acoplados às rodas traseiras.

Tais componentes são modelados a partir da junção de modelos físicos clássicos com métodos empíricos. As hipóteses utilizadas são:

- Veículo com corpo rígido;
- Quatro suspensões independentes e verticais ao veículo;
- Pneu indeformável e de contato pontual;
- Seis graus de liberdade.

2.1.1 Corpo do veículo

O modelo do corpo do veículo, ilustrado pela Figura 2.1, é composto de um corpo rígido de massa m e quatro rodas, conectadas ao corpo por suspensões do tipo mola-amortecedor, independentes entre si.

Para simplificar a notação, o subíndice R será usado para denotar uma roda qualquer e os subíndices DE , DD , TE e TD , referem-se especificamente às rodas dianteira esquerda, dianteira direita, traseira esquerda e traseira direita, respectivamente.

Na figura são apresentados os sistema de coordenadas. Γ^G representa referencial global, Γ^L o referencial local no centro de gravidade (CG) do veículo e Γ^{DE} , Γ^{DD} , Γ^{TE} , Γ^{TD} os referenciais das rodas.

Fundamentando-se nas equações dinâmicas para a conservação do momento linear e angular para corpos rígidos, também denominados como equações de Newton-Euler, as seguintes relações são obtidas:

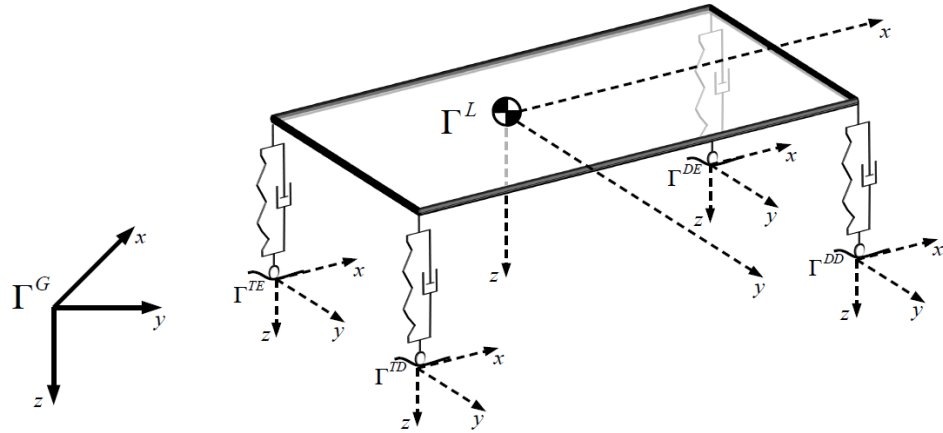


Figura 2.1: Modelo tridimensional do veículo com suspensão independente (CORDEIRO, 2013).

$$m \frac{d}{dt} \vec{V} = -m(\vec{\omega} \times \vec{V}) + \sum \vec{F}_R + m S \vec{g} + \vec{F}_{AV} \quad (2.1)$$

$$\mathbf{J} \frac{d}{dt} \vec{\omega} = -(\vec{\omega} \times \mathbf{J} \vec{\omega}) + \sum \vec{T}_R + \vec{T}_{A\omega} \quad (2.2)$$

em que \vec{V} e $\vec{\omega}$ são, respectivamente, as velocidades linear e angular, \vec{g} corresponde à aceleração da gravidade no referencial global, $\vec{T}_{A\omega}$ e \vec{F}_{AV} correspondem à força e ao momento de arrasto aerodinâmico, respectivamente, e \mathbf{J} ao tensor de inércia do veículo.

As forças e momentos de arrasto aerodinâmico são expressas pela densidade do ar, coeficiente de arrasto, área frontal do veículo, velocidade longitudinal e velocidade do vento (RAJAMANI, 2012). Entretanto, estas foram simplificadas por um atrito quadrático definidas por:

$$\vec{F}_{AV} = -b_{AV} \|\vec{V}\| \vec{V} \quad (2.3)$$

$$\vec{T}_{A\omega} = -b_{A\omega} \|\vec{\omega}\| \vec{\omega} \quad (2.4)$$

onde b_{AV} e $b_{A\omega}$ são os coeficientes de arrasto quadráticos.

As equações cinemáticas, por outro lado, são escritas através de suas velocidades, assim:

$$\frac{d}{dt} \vec{P} = \mathbf{S}^t \vec{V} \quad (2.5)$$

$$\frac{d}{dt} \vec{\Phi} = \mathbf{R}^{-1} \vec{\omega} \quad (2.6)$$

sendo que \vec{P} representa a posição cartesiana e $\vec{\Phi}$ os ângulos de Euler. \mathbf{S} é matriz de rotação do referencial Γ^G para o Γ^L e \mathbf{R} a matriz de transformação da velocidade angular nos ângulos de Euler.

2.2 Sistema de direção

Quando um corpo rígido gira ao redor de um ponto comum, suas extremidades se movem com velocidades diferentes. Se pensarmos em um carro como um único corpo rígido, isso significa que as quatro rodas movem com diferentes velocidades e diferentes direções.

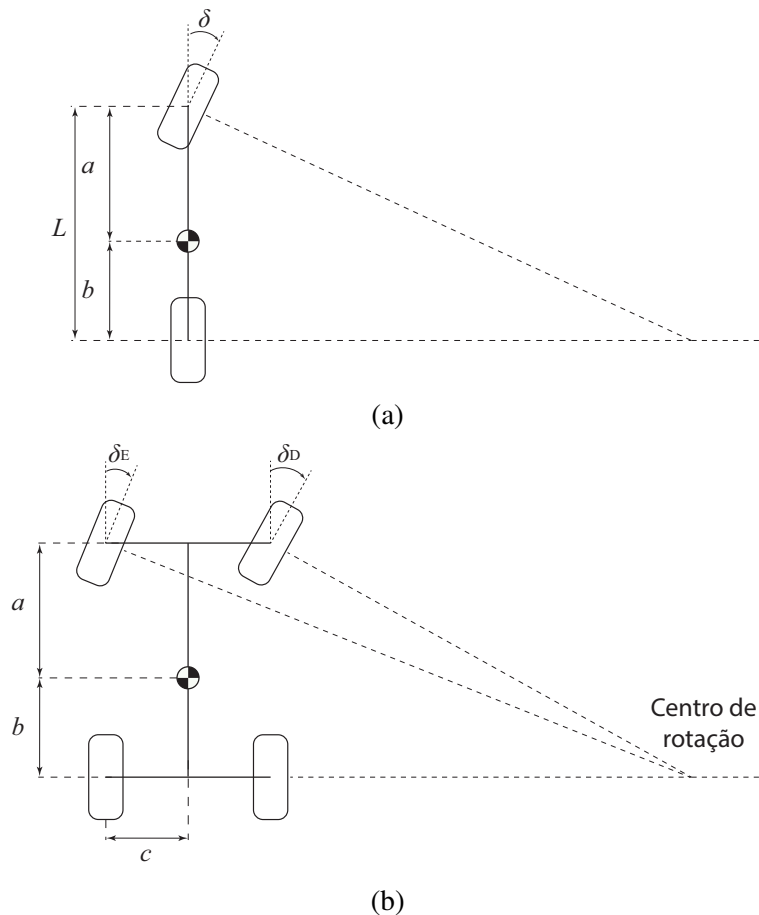


Figura 2.2: Geometria de Ackerman. (a) Modelo equivalente de bicicleta e (b) Veículo completo.

O princípio da direção de Ackerman define a geometria que é aplicada às rodas dianteiras

do veículo para contemplar justamente esta diferença de velocidades. Este mecanismo garante uma relação entre os ângulos de esterçamento das rodas esquerda e direita do veículo, de forma a, em baixas velocidades, alinhá-las com o centro de rotação da curva (MASTINU E PLOECHL, 2013). As Figuras 2.2a e 2.2b apresentam esta geometria de forma detalhada.

É possível relacionar os ângulos de esterçamento $\delta_{D,E}$ do veículo completo (Figura 2.2b) com o ângulo δ de seu modelo equivalente ou modelo do tipo bicicleta (Figura 2.2a)). Seguindo a geometria proposta por estas figuras, os ângulos possuem a seguinte relação:

$$\begin{aligned}\delta_E &= \arctan \left(\frac{(a+b) \tan(\delta)}{a+b+c \tan(\delta)} \right) \\ \delta_D &= \arctan \left(\frac{(a+b) \tan(\delta)}{a+b-c \tan(\delta)} \right)\end{aligned}\tag{2.7}$$

em que a , b e c representam as dimensões do veículo conforme Figura 2.2.

Apesar de apresentar uma relação geométrica bem definida, no veículo real, os ângulos nas rodas se mostram diferentes dos ideais (CORDEIRO, 2013). Desta forma, o sistema de direção precisa, portanto, ser modelado levando em consideração as folgas, atrito viscoso e deformação elástica do mecanismo além de considerar a dinâmica do atuador do volante, que compõe-se de um motor elétrico.

Em simulação, utiliza-se uma dinâmica simplificada através de um modelo de primeira ordem para contemplar o limitante de velocidade de esterçamento, e ainda, faz-se o uso de histerese e zona morta para pequenos ângulos. Assim:

$$\delta = \frac{k_{dir}}{s + \tau_{dir}} \delta_{cmd}\tag{2.8}$$

onde δ_{cmd} é o comando de direção, k_{dir} e τ_{dir} são, respectivamente, o ganho e a constante de tempo provenientes da dinâmica da direção.

2.3 Sistema de propulsão

Como já mencionado, o veículo em estudo conta com um sistema de propulsão elétrica no eixo traseiro. Em veículos elétricos, os motores podem ser divididos em três categorias: a corrente contínua (DC), corrente alternada e motores de passo (MASTINU E PLOEHL, 2013). Os veículos inerentes a este projeto (VERO e VERDE), foram construídos com motores elétricos de corrente contínua sem escovas (*brushless*).

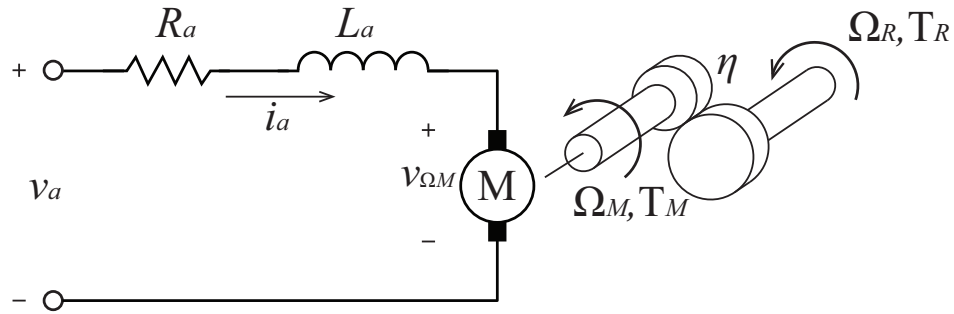


Figura 2.3: Esquemático de um motor DC.

A Figura 2.3 apresenta um modelo de motor DC. O torque produzido por ele é originado a partir da força contra eletromotriz gerada pela rotação do motor. Um motor típico DC produz um torque T_M quando uma corrente elétrica i_a passa em sua bobina de armadura, de forma que a seguinte relação é válida:

$$T_M = k_{TM} i_a \quad (2.9)$$

sendo k_{TM} uma constante de proporcionalidade.

Por outro lado, quando o rotor gira a uma velocidade angular Ω_M , uma tensão $v_{\Omega M}$ é induzida na bobina, assim:

$$v_{\Omega M} = k_{\Omega M} \Omega_M \quad (2.10)$$

em que $k_{\Omega r}$ é a constante de proporcionalidade da força contra eletromotriz.

Desta forma, pode-se escrever a equação para o circuito da Figura 2.3 com base na lei de Kirchhoff, desta forma:

$$v_a - v_{\Omega M} = L \frac{di_a}{dt} + R_a i_a \quad (2.11)$$

A dependência entre o torque no rotor T_M e o torque aplicado de fato à roda T_R é estabelecida através de uma caixa de redução, considerada como ideal. Por conseguinte, despreza-se a dissipação de energia por este mecanismo. Esta relação é estabelecida pelo fator η , assim:

$$T_R = \eta T_M \quad (2.12)$$

Da mesma forma, estabelece-se a relação entre as velocidades angulares no rotor Ω_M e na roda Ω_R , tal que:

$$\Omega_R = \frac{\Omega_M}{\eta} \quad (2.13)$$

A dinâmica da rotação da roda, por outro lado, é substancialmente determinada pelo desenvolvimento das forças e momentos gerados a partir da interação entre o pneu e o solo. É obtida, portanto, através da segunda lei de Newton, sendo descrita por:

$$J_R \dot{\Omega}_R = T_R - F_x r_R - T_{A\Omega} \quad (2.14)$$

nos quais J_R correspondem ao tensor de inércia, Ω_R a velocidade de rotação da roda, r_R o seu raio, F_x a força longitudinal e $T_{A\Omega}$ um atrito dissipativo, regido pelo coeficiente de atrito $b_{A\Omega}$, tal que $T_{A\Omega} = b_{A\Omega} \Omega_R^2$.

2.4 Interação pneu-solo

Como a interação do veículo com o solo é de crucial importância para este trabalho, serão abordadas aqui suas principais características.

Quando o motor aplica torque à roda, esta sai de sua condição inicial e passa a apresentar escorregamento, acompanhado por um acúmulo de deformação no pneu na região de contato com o solo. Como resultado, são geradas forças longitudinais de reação, contrárias a sua rotação, permitindo com que o veículo acelere, freie e realize curvas.

A Figura 2.4 mostra a convenção de sinais adotadas para as principais forças e momentos que

atuam sobre o pneu. Assume-se que estas forças estão no centro da superfície de contato e podem ser decompostas nos três eixos. A força F_x é a força longitudinal ao longo do eixo x , a força lateral F_y é a força ao longo do eixo y , e F_z a força normal ao longo do eixo z .

Do mesmo modo, o momento sob o pneu pode ser decomposto nos três eixos. O momento M_z , ao longo do eixo z , é chamado de momento de autoalinhamento, M_x , ao longo do eixo x , é chamado de momento de sobreguinada e M_y , ao longo do eixo y , o momento de resistência à rolagem.

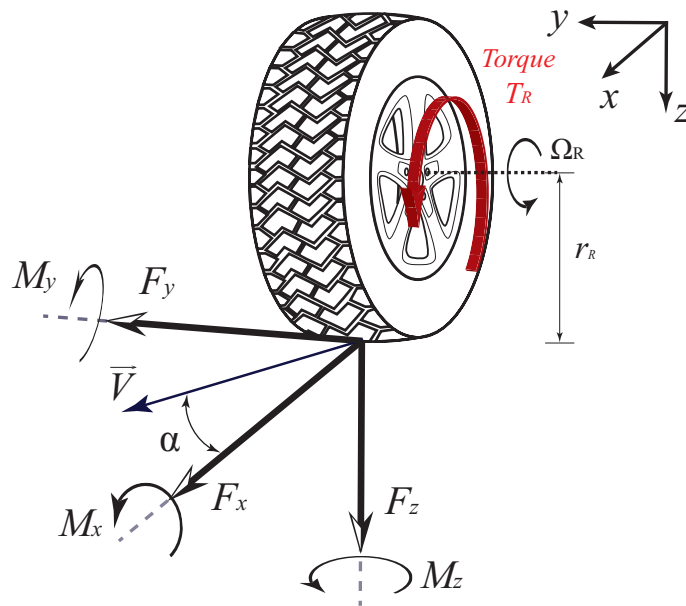


Figura 2.4: Variáveis da dinâmica do pneu.

Na literatura, diversos tipos de funções matemáticas têm sido usadas na tentativa de descrever a força característica dos pneus. Um modelo de pneu semi-empírico amplamente utilizado é o modelo de Pacejka, conhecido também como *Fórmula Mágica* de Pacejka. O desenvolvimento deste modelo foi iniciado nos anos oitenta em um esforço cooperativo entre a Universidade Técnica de Delft e a *Volvo Car Corporation* (BAKKER e outros; PACEJKA E BAKKER, 1987; 1993).

Este modelo é dito semi-empírico por ser embasado em dados instrumentados do veículo. Porém, contém estruturas fundamentadas em modelos físicos. A sua forma é descrita da seguinte

maneira:

$$Y_{pac} = D_{pac} \sin [C_{pac} \arctan \{B_{pac}x_{pac} - E_{pac}(B_{pac}x_{pac} - \arctan B_{pac}x_{pac})\}] \quad (2.15)$$

Nesta fórmula, Y_{pac} é a variável de saída (F_x , F_y ou M_z), os valores de B_{pac} , C_{pac} , D_{pac} e E_{pac} correspondem a constantes instrumentadas do pneu e x_{pac} é a variável de entrada: taxa de escorregamento σ ou ângulo de derrapagem α , discutidos a seguir.

A formação da força longitudinal pode ser descrita através de deformações no pneu em conjunto com uma relação de aderência na região de contato com o solo (SCHRAMM *e outros*, 2014). Devido a estes fatores, existe uma diferença entre a componente longitudinal da velocidade linear da roda v_x e a sua velocidade de rotação equivalente $r_R \Omega_R$. Associa-se a esta diferença o fenômeno usualmente referido como escorregamento do pneu, quantificado por uma taxa de escorregamento definida por:

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{r_R \Omega_R - v_x}{v_x}, \quad \text{durante frenagem,} \\ \sigma &= \frac{r_R \Omega_R - v_x}{r_R \Omega_R}, \quad \text{durante aceleração.} \end{aligned} \quad (2.16)$$

Segundo Rajamani (2012), a força longitudinal está diretamente relacionada a esta taxa. Através de resultados experimentais, esta força é obtida pela relação entre:

- Taxa de escorregamento σ ;
- Carga ou força normal no pneu F_z ;
- Coeficiente de atrito μ .

Quando o veículo realiza curvas, verifica-se um deslocamento lateral nos pneus. Porém, a trajetória percorrida por eles não são tangentes à essa curva. Associa-se a esta diferença o fenômeno de derrapagem.

O ângulo de derrapagem do pneu é definido como o ângulo entre a orientação do pneu e seu

vetor velocidade. Este ângulo está representado pela Figura 2.5 através de α e é definido por:

$$\alpha = \delta - \arctan\left(\frac{v_y}{v_x}\right) \quad (2.17)$$

para as rodas dianteiras esterçáveis e

$$\alpha = \arctan\left(\frac{v_y}{v_x}\right) \quad (2.18)$$

para as rodas traseiras não esterçáveis, sendo v_x e v_y as componentes longitudinais e laterais de \vec{V}_R , respectivamente.

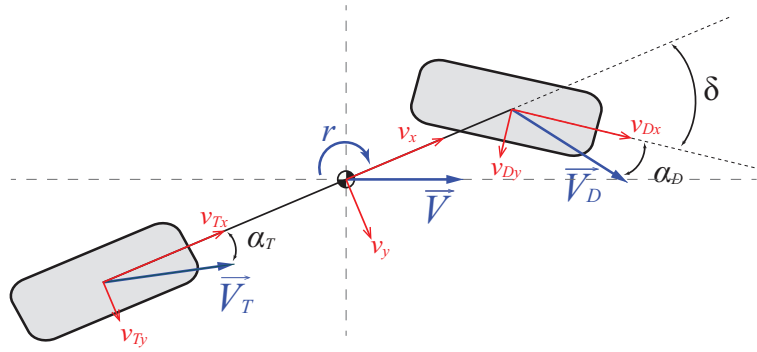


Figura 2.5: Ângulo de derrapagem nos pneus dianteiros e traseiros.

Usualmente, de acordo com as diferentes combinações de escorregamento e derrapagem, as condições de trabalho do pneu são categorizadas em escorregamento puro e escorregamento combinado.

A Figura 2.6 apresenta as curvas das forças longitudinais e laterais obtidas pelo modelo de Pacejka da Equação (2.15). Apresenta-se as curvas para diferentes valores escolhidos de forças normais F_z .

Nestas curvas supõe-se escorregamento puro, ou seja, a Figura 2.6a exibe as forças longitudinais em função de σ considerando o ângulo de derrapagem α zero. De forma equivalente, a Figura 2.6b exibe as forças laterais, supondo a taxa de escorregamento zero.

Em condições normais, os pneus do veículo usualmente trabalham em algum tipo de escorregamento puro. Durante frenagem ou aceleração em caminhos retos, o ângulo de derrapagem é

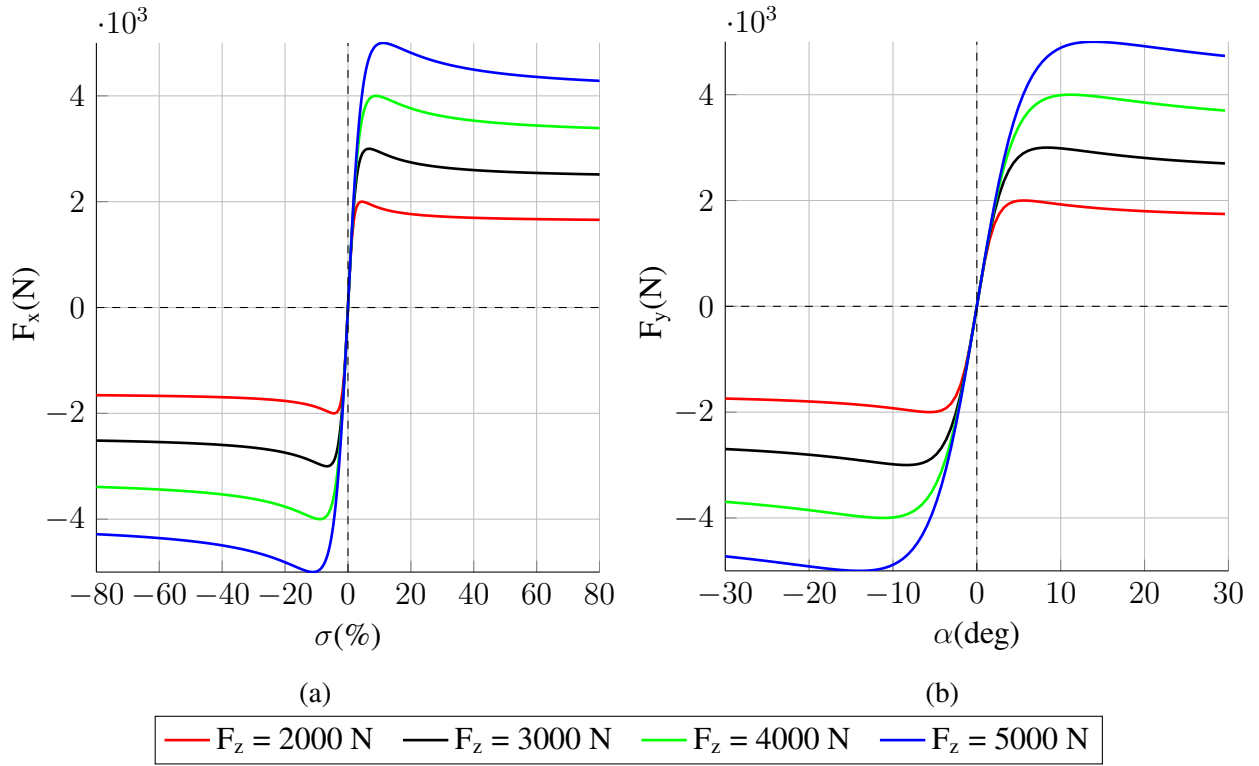


Figura 2.6: Gráfico das forças: (a) Longitudinal pela taxa de escorregamento, (b) Lateral pelo ângulo de derrapagem, considerando coeficiente de atrito μ igual a 1.

próximo de zero. Entretanto, o escorregamento longitudinal existe. Por outro lado, durante uma manobra com velocidade constante, o escorregamento longitudinal é baixo, contudo, há a presença do ângulo de derrapagem nos pneus. Ambas situações são consideradas escorregamento puro (PACEJKA, 2006).

Pode-se dividir a curva característica do pneu em três regiões reconhecíveis: linear, de pico e de saturação. As Figuras 2.7a e 2.7b explicitam estes três cenários.

A região linear é caracterizada por uma zona em que as forças F_x e F_y apresentam uma relação linear com σ e α , respectivamente. Esta relação é definida por:

$$\begin{aligned} F_x &= C_\sigma \sigma \\ F_y &= C_\alpha \alpha \end{aligned} \quad (2.19)$$

As constantes C_σ e C_α são as inclinações das curvas, destacadas na Figura 2.7, conhecidas

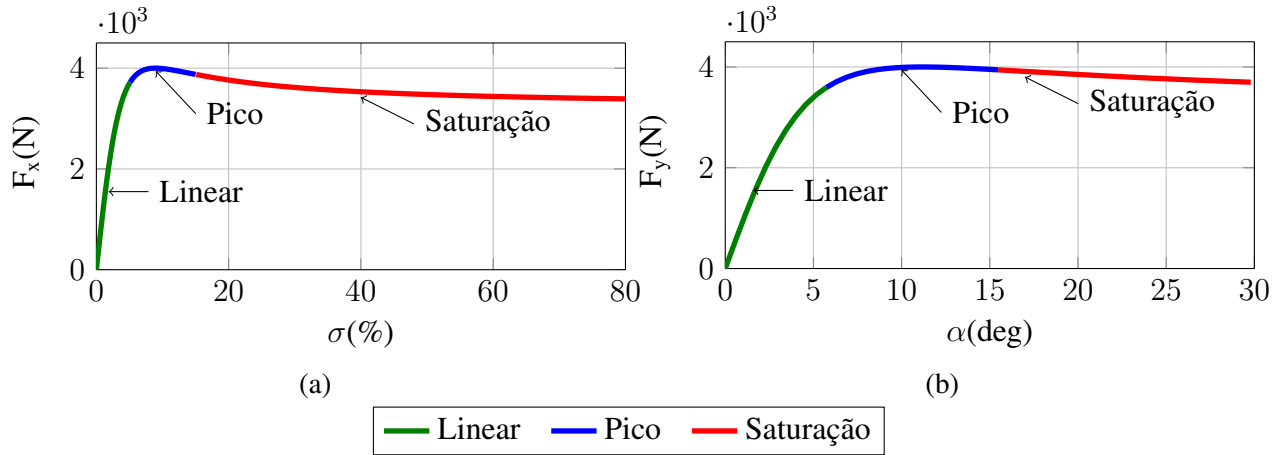


Figura 2.7: Regiões das forças (a) Longitudinal, (b) Lateral.

como constantes de rigidez longitudinal e de curvatura. Esta característica é bastante usada na literatura com o propósito de simplificar ou linearizar o modelo matemático do veículo.

Na região de pico, as forças atingem o seu valor máximo. Este valor é uma função do coeficiente de atrito μ e da carga normal no pneu F_z , assim:

$$\begin{aligned} F_{xmax} &= \mu F_z \\ F_{ymax} &= \mu F_z \end{aligned} \quad (2.20)$$

Após a região de pico, define-se a região de saturação. Nesta condição, os valores das forças diminuem, até um ponto em que podem ser consideradas constantes.

Contudo, nem sempre os pneus operam nas situações de escorregamento puro. Nas circunstâncias em que há a presença simultânea de escorregamento e derrapagem, condição denominada de escorregamento combinado, há um acoplamento entre as forças longitudinais e laterais através da força resultante. Intuitivamente, pode-se imaginar um “círculo de atrito” limitando a força total, ou seja, $F_x^2 + F_y^2 \leq \mu^2 F_z^2$, conforme ilustrado pela Figura 2.8.

Entretanto, a limitação das forças não se trata de um círculo, mas sim de uma elipse. Na prática, verifica-se que o coeficiente de atrito nas direções longitudinal e lateral podem diferir, diminuindo as forças máximas, entretanto, o limite da componente resultante da força no pneu, em qualquer combinação de escorregamento e derrapagem, ainda é μF_z (BRACH E BRACH, 2011).

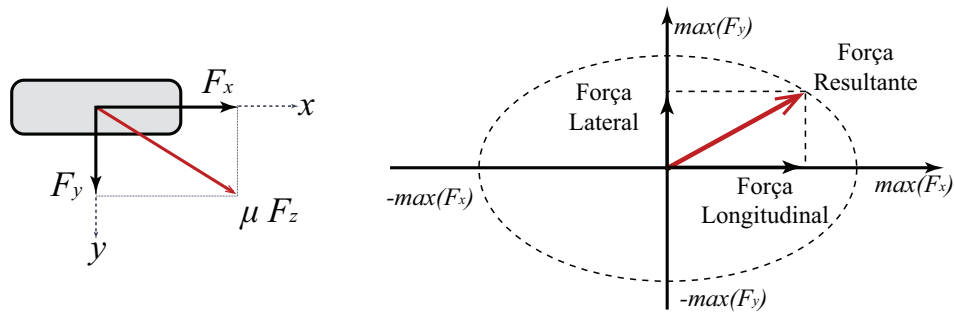


Figura 2.8: Teoria da Elipse de atrito para as forças combinadas.

A Figura 2.9 mostra, para o modelo de pneu usado, a forma geral do diagrama do círculo de atrito em situações de aceleração e frenagem. Apenas as forças laterais devido ao ângulo de derrapagem positivo são apresentados ($\alpha = 1, 2, 3, 4$ e 8°) e um diagrama semelhante existiria para os ângulos negativos, formando uma elipse.

Os pontos sobre as curvas representam um exemplo de operação do pneu. Quanto mais próximo do círculo limite, mais próximo da região de saturação ele estará.

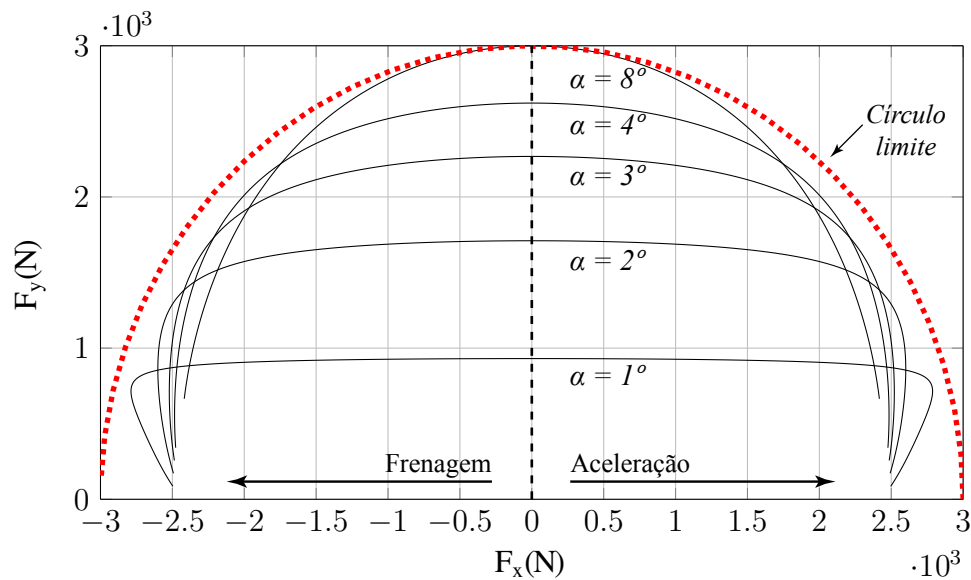


Figura 2.9: Força lateral pela longitudinal (círculo de atrito), obtido pelo modelo de Pacejka, com coeficiente de atrito $\mu = 1$ e $F_z = 3000\text{N}$.

A Figura 2.10 mostra as curvas características da força longitudinal e lateral com escorregamento de derrapagens combinados, considerando $F_z = 4000\text{N}$ e $\mu = 1$. Esta é uma família de curvas que descreve as variações da força, porém, agora supondo a existência mútua de σ e α .

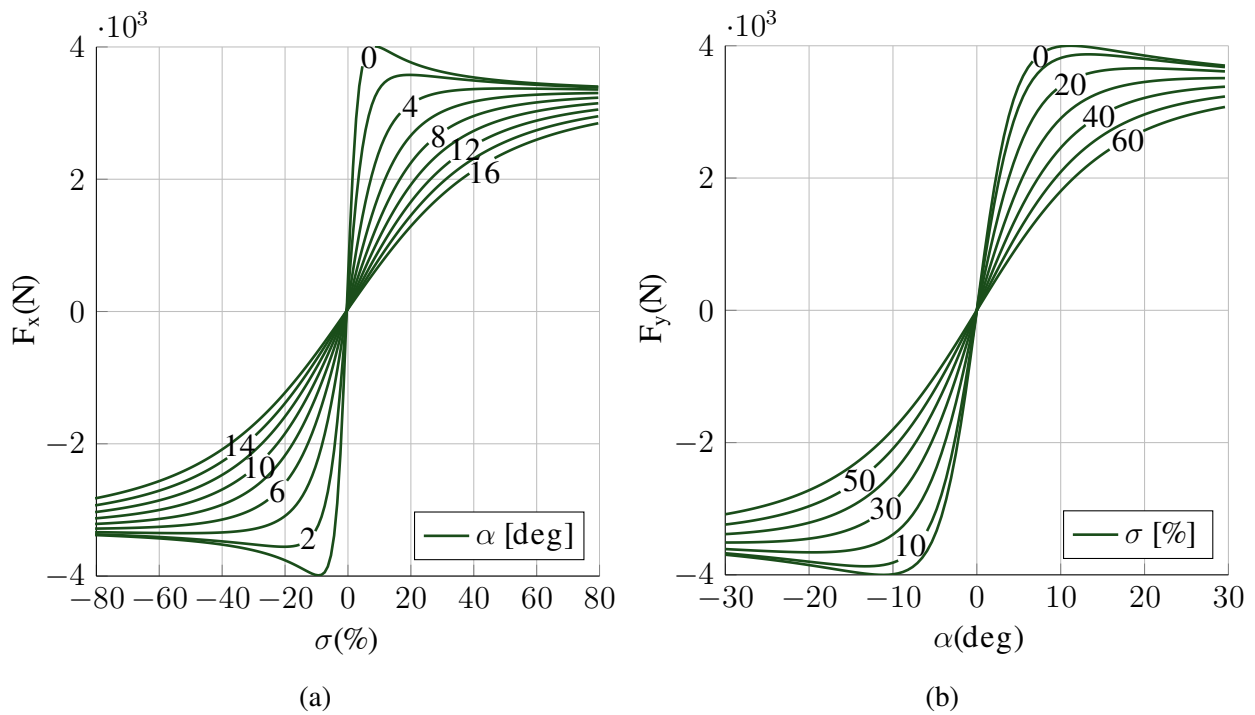


Figura 2.10: (a) Força longitudinal pela taxa de escorregamento para diferentes valores de α , (b) Força lateral pelo ângulo de derrapagem para diferentes valores de σ .

Tal como previsto pelas teorias da elipse de atrito, os valores máximos das forças longitudinais e laterais do pneu em condições de escorregamento e derrapagem combinados diminuiram. Para a dinâmica veicular, isto implica em comprometimento da resposta do veículo aos comandos de direção, aceleração ou frenagem, uma vez que o limitante superior das forças são reduzidos devido ao acoplamento lateral e longitudinal.

2.5 Ambiente em simulação

O modelo completo está implementado no ambiente SIMULINK. A Figura 2.11 exibe o diagrama do simulador.

Propulsão

O bloco de propulsão assume que o veículo possui motores acoplados a cada uma das rodas

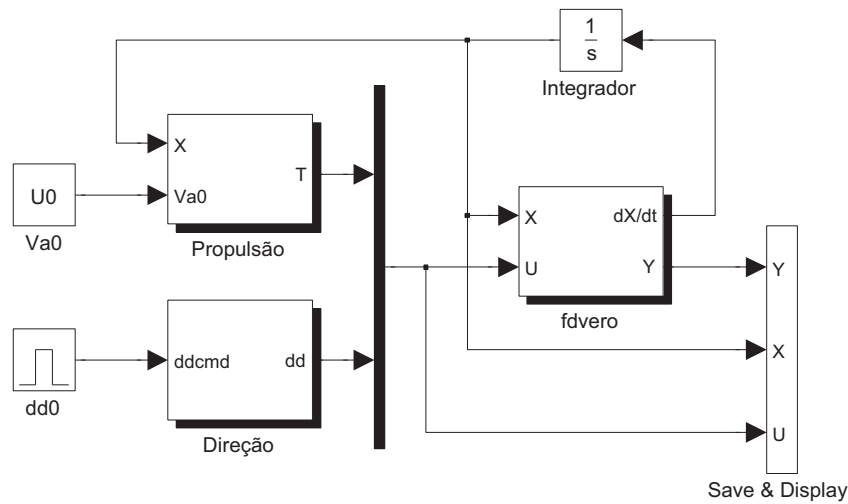


Figura 2.11: Diagrama do simulador no SIMULINK (CORDEIRO, 2013).

de forma independente. Por se tratar de um modelo abrangente, permite-se a escolha de tração exclusivamente nas rodas traseiras, dianteiras ou nas quatro rodas.

A implementação do motor elétrico é exibida pela Figura 2.12. Ele concebe o modelo do motor descrito na seção 2.3.

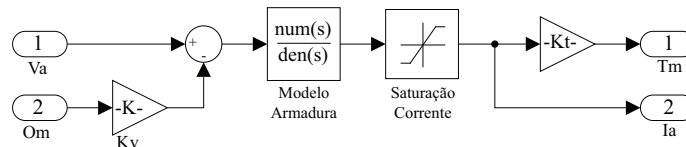


Figura 2.12: Implementação da dinâmica do motor em SIMULINK.

Direção

O sistema de direção interpreta o ângulo desejado associado ao modelo de bicicleta e o ajusta para o ângulo correspondente nas rodas esquerda e direita seguindo a geometria de Ackerman.

A implementação da dinâmica da direção em SIMULINK é exibida pela Figura 2.13. Ele concebe o modelo descrito na seção 2.2.

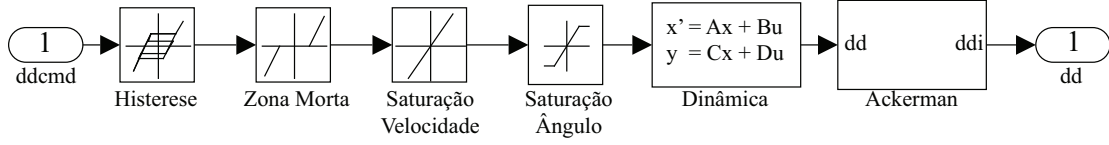


Figura 2.13: Implementação da dinâmica da direção em SIMULINK.

Bloco *fdvero*

Em especial, o bloco *fdvero* compreende a função não linear que une os modelos de corpo do veículo e sua interação com o solo, contendo as dinâmicas descritas nas seções 2.4 e 2.1.1. Apresenta como entrada os torques nos motores e o ângulo de esterçamento nas rodas, determinados nos blocos de propulsão e direção, respectivamente. Em espaço de estados, pode-se escrever o modelo completo da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= \left[\underbrace{\frac{d}{dt}\vec{V}}_{\dot{u} \ \dot{v} \ \dot{w}} \ \underbrace{\frac{d}{dt}\vec{\omega}}_{\dot{p} \ \dot{q} \ \dot{r}} \ \underbrace{\frac{d}{dt}\vec{P}}_{\dot{P}_x \ \dot{P}_y \ \dot{P}_z} \ \underbrace{\frac{d}{dt}\vec{\Phi}}_{\dot{\theta} \ \dot{\phi} \ \dot{\psi}} \ \underbrace{\dot{\Omega}_R}_{\dot{\Omega}_{DE} \ \dot{\Omega}_{DD} \ \dot{\Omega}_{TE} \ \dot{\Omega}_{TD}} \right] \\ U &= \left[\underbrace{T_{DE} \ T_{DD} \ T_{TE} \ T_{TD}}_{T_R} \ \underbrace{\delta_{DD} \ \delta_{DE}}_{\delta_R} \right] \end{aligned} \quad (2.21)$$

Tabela 2.1: Variáveis de estado

$\vec{V} = [u \ v \ \omega]^t$	Velocidade linear (componentes longitudinal, lateral e vertical, respectivamente);
$\vec{\omega} = [p \ q \ r]^t$	Velocidade angular (rotação em x, y e z, respectivamente);
$\vec{P} = [P_x \ P_y \ P_z]^t$	Vetor de posição em coordenadas globais;
$\vec{\Phi} = [\theta \ \phi \ \psi]^t$	Posição angular em ângulos de Euler;
Ω_R	Velocidade angular das rodas;
T_R	Torque;
δ_R	Ângulo de esterçamento nas rodas dianteiras.

2.6 Considerações Finais

Neste capítulo foram apresentados aspectos da dinâmica não linear do veículo que serviram como base para o desenvolvimento de um simulador em ambiente MATLAB/Simulink. Grande foco foi dado na interação pneu-solo que se mostra ser de grande importância na concepção do

diferencial eletrônico, abordada com detalhes no Capítulo 3.

Conforme mostrado, o modelo do pneu apresenta uma relação de acoplamento de forças além de um comportamento não linear que pode trazer dificuldades para o controle efetivo de guinada do veículo. Uma forma de se agregar essas informações ao sistema de controle é discutida na seção 3.4

Capítulo 3

Desenvolvimento do Sistema Diferencial Eletrônico

Um aspecto importante no que concerne ao controle de veículos elétricos todo-terreno é a questão da distribuição de velocidades nas rodas não esterçáveis, conhecido como sistema de distribuição diferencial, que eventualmente pode contemplar também a distribuição de torques nos eixos ou individualmente nas rodas, no caso de um sistema multitração.

Em veículos com tração convencional, o motor a combustão interna transmite a força de propulsão para as rodas por meio do diferencial mecânico. Pode-se citar dois sistemas de diferenciais mecânicos usualmente adotados nos veículos comerciais: o diferencial blocante e o diferencial aberto.

O diferencial mecânico do tipo aberto, comumente empregado em veículos de passeio, exige que o torque transmitido entre as rodas seja o mesmo. Caso uma dessas rodas perca aderência com o solo ou se apresente em uma superfície escorregadia, com pouco torque ela será acionada. Visto que o torque é dividido igualmente, mesmo que a roda oposta se mostre em boas condições de tração, o torque será reduzido igualmente nas duas rodas, ou seja, o limitante é o inferior. Em contrapartida, este diferencial permite que as rodas desenvolvam velocidades diferentes, condição necessária, por exemplo, ao se realizar curvas (RAJAMANI, 2012).

À medida em que uma manobra é efetuada, surgirá um raio instantâneo ao redor do qual o centro de massa do veículo irá circular. Dessa forma, devido às distancias entre rodas e dependendo do sentido da manobra (à esquerda ou à direita), as rodas do veículo devem desenvolver velocidades diferentes.

De forma oposta ao diferencial aberto têm-se o diferencial blocante. Neste mecanismo, assegura-se que ambas as rodas recebam em conjunto o torque total. Caso uma das rodas se encontre sobre uma superfície escorregadia, a outra ainda pode receber o torque adequado e proporcionar a força de tração longitudinal para o movimento desejado. Contudo, nesta condição de bloqueio, as rodas apresentam a mesma velocidade de rotação, independe da superfície de contato e da manobra executada, o que favorece a ocorrência de derrapagens durante as curvas ou devido a movimentos bruscos de guinada (RAJAMANI, 2012).

Atualmente, já existem diferenciais comerciais que contam com um sistema de bloqueio automático ou que permitam a escolha de bloqueio ao motorista. Este processo de bloqueio pode ocorrer por meio de ar comprimido, de atuadores elétricos ou fluido hidráulico (KHAJEPOUR *e outros*, 2014). Porém, as rodas ainda continuam acopladas pelo diferencial mecânico.

O uso de pelo menos dois motores independentes (sistema multitração) em substituição a apenas um motor centralizado leva a um desacoplamento completo das rodas de um eixo. Isso pode ser alcançado através das arquiteturas de motorização disponíveis nos veículos híbridos ou elétricos. Nestes últimos, o diferencial mecânico é substituído por um sistema conhecido como diferencial eletrônico.

O principal objetivo do diferencial eletrônico consiste, portanto, em substituir os tradicionais diferenciais mecânicos permitindo distribuir o torque de maneira instantânea e independente para as rodas sem o uso exclusivo de frenagem, admitindo, inclusive, velocidades diferentes. Estas tecnologias e estratégias de distribuição são usualmente referidas na literatura como vetorização de torque (*torque vectoring*).

A Figura 3.1 mostra a visão superior de um veículo de tração traseira em condição de esterçamento. Esta figura ilustra a distribuição de torque entre as rodas esquerda e direita a partir da direção e magnitude de T_V determinado pelo sistema de controle (LI E WU; TRUONG *e outros*; STOOP, 2011; 2013; 2014)

A distribuição independente de torques pode efetivamente melhorar o desempenho de condução do veículos sem deteriorar o seu comportamento longitudinal. Na maioria das situações o diferencial eletrônico é utilizado como um sistema de controle que promove desempenho e estabilidade, através da atuação direta de sua taxa de guinada (STOOP, 2014).

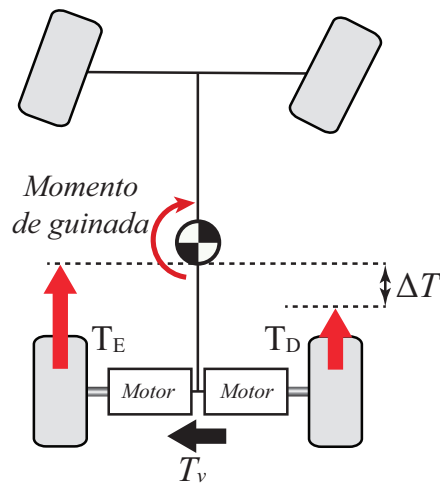


Figura 3.1: Distribuição de torques e momento de guinada.

3.1 Sistemas de Controle Propostos

Foram testadas três abordagens de controle para a composição do sistema diferencial eletrônico do veículo:

- Abordagem clássica, através de um controle PI;
- Abordagem de controle ótimo, através de um controle LQR;
- Abordagem de controle ótimo, através de controle ótimo em tempo finito.

O estudo e desenvolvimento destas três abordagens é descrito a seguir.

3.2 Controle Clássico PI

Nesta abordagem, que se mostra ser a mais simples delas, certifica-se de fornecer tensão nos motores tendo como base a velocidade angular desejada em cada uma das rodas, que pode ser obtida pelo modelo cinemático do veículo de quatro rodas e a curvatura realizada por ele através das relações contidas na geometria de Ackerman. Considera-se, portanto, a roda como um corpo

rígido, com a velocidade tangencial igual a velocidade linear em relação ao solo, desprezando os escorregamentos.

Para uma referência de velocidade longitudinal u_{ref} e o ângulo de direção δ , as velocidades lineares de referência para as rodas traseiras direita e esquerda são:

$$\begin{aligned} u_D &= u_{ref} \left[1 + \frac{c}{L} \tan(\delta) \right] \\ u_E &= u_{ref} \left[1 - \frac{c}{L} \tan(\delta) \right] \end{aligned} \quad (3.1)$$

em que c e L correspondem às dimensões do veículo, conforme Figura 2.2 .

Estas referências são transformadas em velocidade angular por meio da divisão pelo raio da roda r_R ($\Omega_{D,E} = u_{D,E}/r_R$) e constituem as entradas para os controladores PI de velocidade que utilizam como realimentação as rotações medidas nas rodas. A ideia consiste no fato de que, em uma trajetória retilínea, as duas rodas não esterçáveis desenvolvam a mesma velocidade angular, enquanto que durante uma curva as velocidades angulares sejam diferentes.

O problema desta abordagem, como discutido por Koyama *e outros* (2013), é que apenas essas duas malhas de controle de velocidade não são capazes de assegurar o comportamento desejado, criando situações em que um motor funciona, por exemplo, como propulsor e outro como gerador, embora as duas velocidades permaneçam reguladas. A Figura 3.3 exibe um resultado preliminar obtido em simulação que apresenta um comportamento similar ao descrito.

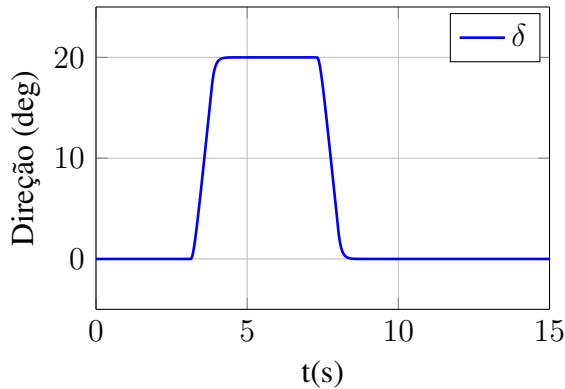


Figura 3.2: Curva constante à direita

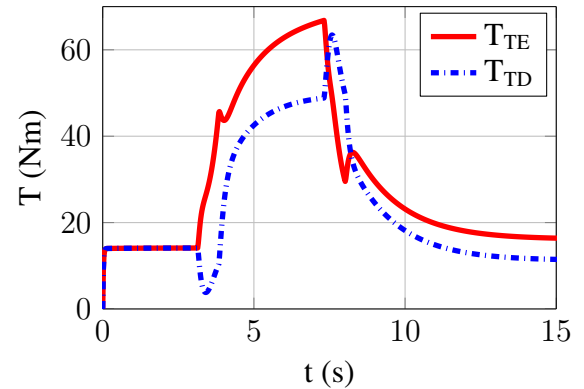


Figura 3.3: Torques nos motores em terreno regular com velocidade constante 8 [m/s]

Neste resultado nota-se que, ao retornar da curva, os torques não voltam iguais, mesmo para

o terreno sem inclinações, forçando escorregamentos desnecessários para o segmento percorrido.

Koyama *e outros* (2013) apresentam uma solução para evitar este problema, ao qual foi inserido uma restrição inspirada em um diferencial mecânico do tipo aberto (torques iguais e velocidades angulares diferentes). Para tal, foi adicionado um módulo de corrente que faz a regulação da tensão sobre os motores baseado na diferença de torques, como mostra a Figura 3.4. Esta regulação é realizada por um controlador proporcional-integrativo (PI) e parte das correntes i_E e i_D dos motores para gerar um termo de correção Δv_i que visa distribuir igualmente os torques.

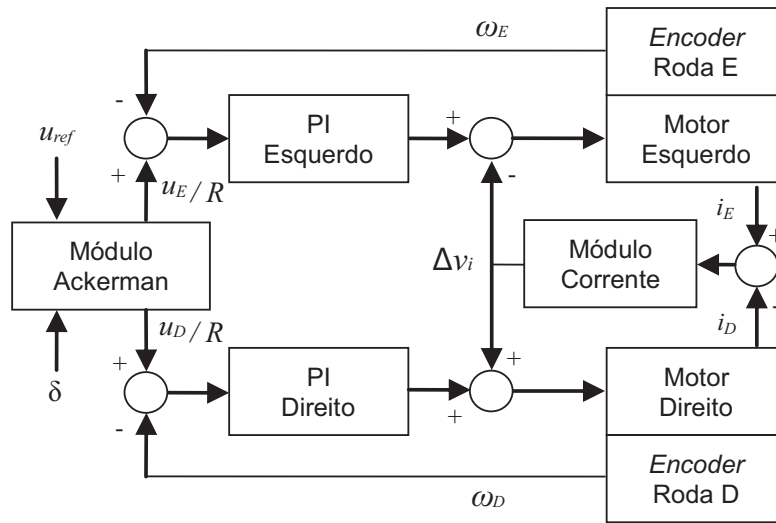


Figura 3.4: Arquitetura do diferencial idealizado (KOYAMA *e outros*, 2013).

Com essa implementação, busca-se o torque igual nas duas rodas e, por utilizar um termo integrativo, garante-se que, após algum tempo em valor constante, a condição de torques iguais será alcançada.

3.3 Controle LQR

Uma outra abordagem consiste em criar um controlador que faça a distribuição de torques nas rodas através das referências de velocidade longitudinal, lateral e de velocidade angular do veículo. Para este fim, deve-se especificar o seu modelo.

Diversos modelos têm sido propostos para descrever o movimento veicular. Apesar da existência de modelos completos, é desejável escolher aqueles que apresentam menor complexidade possível para a síntese do controlador. Para isto, as equações de movimento são necessárias e devem ser escritas na forma de equações matemáticas.

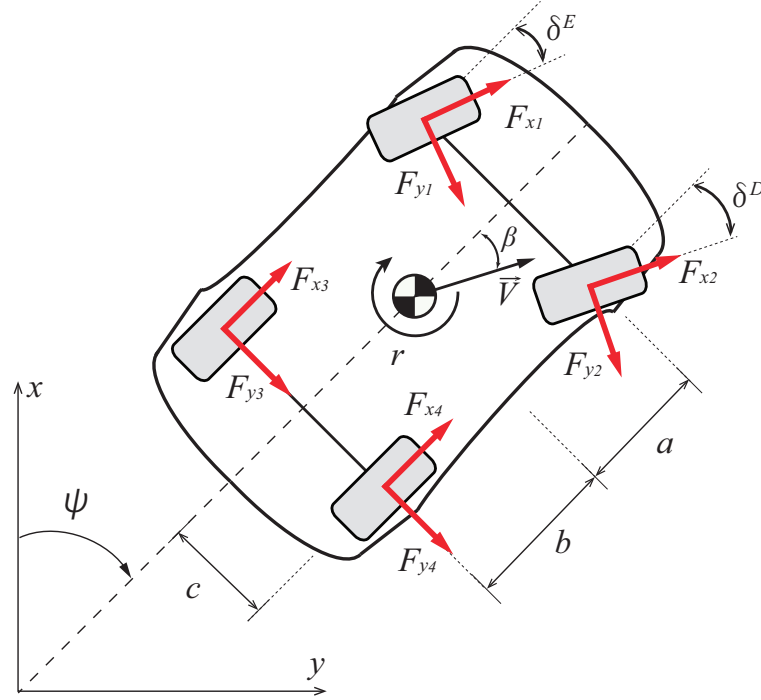


Figura 3.5: Esquemático de forças no veículo no plano xy .

A Figura 3.5 exibe o modelo dinâmico planar do veículo, modelo bem conhecido na literatura e utilizado em diversos trabalhos para a síntese de controladores com diferentes fins, como controle de posição lateral nos trabalhos de Rajamani (2012), Shin e outros (2015) e Wang e outros (2014), e de velocidade angular como mostra Rubin e Arogeti (2015). Para o diferencial eletrônico a dinâmica longitudinal, lateral e de guinada são importantes, e são definidas por:

$$m(\dot{u} - vr) = F_{x1} \cos \delta_E + F_{x2} \cos \delta_D - F_{y1} \sin \delta_E - F_{y2} \sin \delta_D + F_{x3} + F_{x4} \quad (3.2)$$

$$m(\dot{v} + ur) = F_{x1} \sin \delta_E + F_{x2} \sin \delta_D - F_{y1} \cos \delta_E - F_{y2} \cos \delta_D + F_{y3} + F_{y4} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} J_z \dot{r} = & c(F_{x1} \cos \delta_E - F_{x2} \cos \delta_D - F_{y1} \sin \delta_E + F_{y2} \sin \delta_D + F_{x3} - F_{x4}) + \\ & + a(F_{x1} \sin \delta_E + F_{x2} \sin \delta_D + F_{y1} \cos \delta_E + F_{y2} \cos \delta_D) - \\ & - b(F_{y3} + F_{y4}) \end{aligned} \quad (3.4)$$

sendo F_{x_i} e F_{y_i} as forças longitudinais e laterais nas rodas, u , v e r as velocidades longitudinal,

lateral e taxa de guinada do veículo, respectivamente, m a massa total, J_z corresponde ao momento de inércia no eixo z e $\delta_{D,E}$ o ângulo de esterçamento nas rodas dianteiras direita e esquerda.

3.3.1 Modelo Simplificado

Para fins de projeto de controle é fundamental simplificar as equações da dinâmica através da linearização do modelo.

Para o movimento lateral, inicialmente aproxima-se os ângulos das rodas frontais $\delta_{D,E}$ para pequenos ângulos, o que implica em $\delta_E \approx \delta_D \approx \delta$, desta forma:

$$\cos(\delta) \approx 1 \text{ e } \sin(\delta) \approx \delta \quad (3.5)$$

assim as Equações (3.3) e (3.4), das dinâmicas lateral e de guinada, podem ser rescritas como:

$$m(\dot{v} + ur) = \sum_{i=1}^2 F_{xi}\delta + \sum_{i=1}^4 F_{yi} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} J_z \dot{r} = & c(F_{x1} - F_{x2} - F_{y1}\delta + F_{y2}\delta + F_{x3} - F_{x4}) + \\ & + a(F_{x1}\delta + F_{x2}\delta + F_{y1} + F_{y2}) - b(F_{y3} + F_{y4}) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Considera-se que as derrapagens são baixas e, portanto, aproxima-se as forças laterais pela região linear da curva que relaciona força com o ângulo de derrapagem da roda. Assim:

$$F_{yi} = C_\alpha \alpha_i, \quad i = 1, \dots, 4 \quad (3.8)$$

com α_i o ângulo entre a velocidade da roda e eixo longitudinal do veículo, definido por:

$$\begin{aligned} \alpha_{1,2} &= \delta - \arctan\left(\frac{v + ar}{u}\right) \\ \alpha_{3,4} &= -\arctan\left(\frac{v - br}{u}\right) \end{aligned} \quad (3.9)$$

Ressalta-se que os pneus são considerados idênticos e que, por ser um veículo de tração

traseira, as forças dianteiras são de reação com baixas magnitudes, portanto serão desconsideradas. Desta forma, $F_{x1} = F_{x2} = 0$.

Considera-se também um momento quase estático nos eixos de rotação das rodas, ou seja, despreza-se as perdas no eixo (PARK E AHN, 2000), desta forma:

$$F_{xi} = \frac{T_i}{r_R}, \quad i = 3, 4 \quad (3.10)$$

sendo T_R o torque e r_R o raio da roda.

Substituindo as Equações (3.8), (3.9), (3.10) em (3.6) e (3.7) e resolvendo para \dot{v} e \dot{r} , obtém-se:

$$\dot{v} = \frac{2C_\alpha \left[\delta - \arctan \left(\frac{v+ar}{u} \right) \right] - 2C_\alpha \arctan \left(\frac{v-br}{u} \right)}{m} - ur \quad (3.11)$$

$$\dot{r} = \frac{2aC_\alpha \left[\delta - \arctan \left(\frac{v+ar}{u} \right) \right] + 2bC_\alpha \arctan \left(\frac{v-br}{u} \right) + \frac{c}{r_R} (T_3 - T_4)}{J_z} \quad (3.12)$$

Linearizando as Equações (3.11) e (3.12) pressupondo pequenos ângulos, reagrupando os termos e considerando uma velocidade longitudinal constante de referência u_{ref} , chega-se a:

$$\dot{v} = \frac{-4C_\alpha}{mu_{ref}}v + \left[\frac{2C_\alpha(b-a)}{mu_{ref}} - u_{ref} \right]r + \frac{2C_\alpha}{m}\delta \quad (3.13)$$

$$\dot{r} = \frac{2C_\alpha(b-a)}{J_z u_{ref}}v - \frac{2C_\alpha(a^2+b^2)}{J_z u_{ref}}r + \frac{2C_\alpha a}{J_z}\delta + \frac{c(T_3 - T_4)}{J_z r_R} \quad (3.14)$$

No caso da derivada da posição angular, como o modelo é bidimensional, ela se torna igual à velocidade de rotação do veículo e, portanto, $r = \dot{\psi}$.

Para a dinâmica longitudinal, apesar de depender diretamente das forças de contato com o

solo, será aqui simplificada para um modelo de primeira ordem:

$$m\dot{u} = ma_u u + F_{x3} + F_{x4} \quad (3.15)$$

ou de forma equivalente

$$m\dot{u} = ma_u u + \frac{T_3}{r_R} + \frac{T_4}{r_R} \quad (3.16)$$

onde a_u é o termo da aproximação de primeira ordem da velocidade obtido numericamente por meio da linearização do modelo completo do veículo, conforme trabalho exibido por Cordeiro (2013).

Desta forma, o seguinte modelo em espaço de estados é construído:

$$\dot{x} = Ax + B_1 u_1 + B_2 u_2 \quad (3.17)$$

no qual os estados e as entradas são:

$$x = \begin{bmatrix} u \\ v \\ r \end{bmatrix} \quad u_1 = [\delta] \quad u_2 = \begin{bmatrix} T_3 \\ T_4 \end{bmatrix}$$

e

$$A = \begin{bmatrix} a_u & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{4C_\alpha}{mu_{ref}} & \frac{2C_\alpha(b-a)}{mu_{ref}} - u_{ref} \\ 0 & \frac{2C_\alpha(b-a)}{J_z u_{ref}} & -\frac{2C_\alpha(a^2+b^2)}{J_z u_{ref}} \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{2C_\alpha}{m} \\ \frac{2C_\alpha a}{J_z} \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{mr_R} & \frac{1}{mr_R} \\ 0 & 0 \\ \frac{c}{J_z r_R} & -\frac{c}{J_z r_R} \end{bmatrix}$$

Snider (2009) apresenta um relatório detalhado com diversos modelos simplificados e as manipulações algébricas para se chegar no modelo acima descrito.

Para o controle do movimento de guinada, escolhe-se utilizar o sinal de direção δ como uma entrada não controlada, portanto, tratado como uma perturbação. A razão para isto é que o comando de direção é determinado pelo motorista ou, no caso de veículos autônomos, pelo sistema de controle de posição lateral. Isto significa que, na configuração atual, não há realimentação pela entrada de direção.

Quando o ângulo de direção δ é modelado como perturbação do modelo linear do veículo

descrito em 3.17, o seguinte modelo de espaço de estados é escolhido:

$$\dot{x} = Ax + B_2 u_2 \quad (3.18)$$

3.3.2 Síntese do controlador

A partir do modelo linearizado, um controlador LQR é sintetizado. O método LQR tem como objetivo criar um controlador que seja capaz de minimizar uma função de custo dada pela ponderação quadrática dos erros dos estados e dos esforços de controle, conforme Equação (3.19). Esta ponderação é realizada pelas matrizes $Q \geq 0$ e $R > 0$.

$$J = \int_0^{\infty} (x' Q x + u' R u) dt \quad (3.19)$$

O problema LQR com realimentação de estados consiste em: dado o sistema linear representado pela Equação (3.18), encontrar uma matriz de ganho K tal que a lei de controle $u = -Kx$ minimize a função de custo J . Este problema de otimização tem sua solução obtida através da resolução da equação de Riccati:

$$PA + A'P - PBR^{-1}B'P + Q = 0 \quad (3.20)$$

Caso a solução exista, o que é garantido quando o par (A, B) é controlável, a solução será única e o ganho K pode ser calculado por:

$$K = R^{-1}B'P \quad (3.21)$$

Uma análise aprofundada sobre esta técnica pode ser encontrada em (ANDERSON E MOORE, 1989).

Para o caso aqui descrito, T_3 e T_4 são os esforços de controle. Os erros dos estados (u_e , v_e , e r_e) são obtidos pela diferença entre os estados atuais do veículo e os estados de um veículo de referência que realiza o trajeto de forma ideal com velocidade constante.

3.4 Programação Quadrática

A resposta do veículo pode exibir um comportamento não linear que verifica-se quando o vetor de força resultante no pneu, devido às suas forças longitudinais e laterais, atinge o seu limite físico. Esta saturação pode acontecer em razão das altas taxas de escorregamento ou derrapagens ocasionados, por exemplo, pela transferência de carga nos pneus durante execução de curvas, por arrasto aerodinâmico, aceleração e frenagem (PACEJKA, 2006).

Na região não linear, as suposições e premissas tomadas para construir o modelo simplificado descrito anteriormente não são mais válidas e podem resultar em um comportamento inesperado. A fim de se contornar os efeitos da linearização, será apresentado aqui um controlador que baseia-se em programação quadrática (PQ). Propõe-se uma função objetivo quadrática seguida de restrições lineares obtidas através da dinâmica planar do veículo.

3.4.1 Controle de movimento

Como ilustrado pela Figura 3.5 e pela suas equações de movimento planar 3.2 a 3.4, as forças resultantes e o momento de guinada no centro de gravidade (CG) do veículo são efeitos diretos das forças longitudinais e laterais nos pneus. A abordagem proposta aqui recebe uma força F_{xdes} e um momento M_{zdes} de referência que são utilizados para determinar os torques necessários com o propósito de se cumprir as referências impostas, e, como consequência, o comportamento desejado.

Velocidade angular e momento de referência

A fim de remover o ângulo de direção das expressões, as componentes longitudinais e laterais das forças serão dadas no referencial do veículo em vez de coordenadas locais da roda.

Para corrigir os movimentos lateral e de guinada, o momento total que atua sobre o veículo pode ser controlado por meio das forças longitudinais e laterais. Essencialmente, o momento total

de guinada, pode ser descrito por:

$$a(F_{y_1} + F_{y_2}) - b(F_{y_3} + F_{y_4}) + c(F_{x_1} + F_{x_3}) - c(F_{x_2} + F_{x_4}) - M_{zdes} = 0 \quad (3.22)$$

com as constantes a , b e c definidas na Figura 3.5.

Uma das formas de se influenciar o movimento de guinada do veículo se dá através do comando de direção. De fato, um ângulo de esterçamento δ aplicado ao veículo gera uma variação nos ângulos de derrapagem e consequentemente nas forças laterais. Os dois primeiros termos da Equação (3.22) refletem o momento de guinada produzido pelas forças laterais do pneu.

De forma alternativa, o movimento de guinada também pode ser influenciado pela distribuição das forças longitudinais. Isto pode ser observado através dos dois últimos termos da Equação (3.22). Uma distribuição desigual das forças longitudinais também gera um momento, denominado M_{fx} .

$$M_{fx} = c(F_{x_1} + F_{x_3}) - c(F_{x_2} + F_{x_4}) \quad (3.23)$$

Segundo Khajepour *e outros* (2014), sob condições normais de condução, enquanto o sistema ainda é linear, o veículo pode ser efetivamente controlado pela direção. No entanto, durante condições adversas, tais como quando as forças produzidas nos pneus estão saturadas, a entrada de direção pode não afetar a dinâmica do veículo, mas o momento M_{fx} ainda terá a sua influência.

Como dito anteriormente, é necessário gerar uma referência para se obter o comportamento desejado para o veículo. Para este propósito, serão apresentadas duas abordagens. A primeira delas consiste em uma referência obtida a partir do comportamento cinemático ideal, considerando um veículo que viaja com velocidade longitudinal constante em uma trajetória de raio R constante. Desta forma define-se a velocidade angular esperada durante uma curva como:

$$r_{des} = \frac{u_{ref}}{R} \quad (3.24)$$

A partir desta referência, estabelece-se o erro de velocidade angular, utilizando o estado atual r do veículo, assim:

$$e_r = r_{des} - r \quad (3.25)$$

Este erro é transformado em uma taxa de velocidade angular desejada \dot{r}_{des} , de forma que um erro positivo irá originar uma referência positiva que deverá, através da diferença de torques, incrementar a velocidade angular do veículo minimizando o erro e_r . Deste modo:

$$\dot{r}_{ref} = k_p^r e_r + k_i^r \int e_r dt \quad (3.26)$$

sendo k_p^r e k_i^r ganhos proporcionais e integrais para o erro de velocidade angular.

Por fim, o momento de referência em torno do eixo z é obtido pela equação da dinâmica:

$$M_{zdes} = J_z \dot{r}_{ref} \quad (3.27)$$

A segunda abordagem consiste em definir um momento a partir da taxa de variação do ângulo de derrapagem $\dot{\beta}$ do veículo. O ângulo de derrapagem β do veículo (ver Figura 3.5) é o ângulo entre o eixo longitudinal do veículo e o seu vetor de velocidade resultante, representado por:

$$\beta = -\arctan \frac{v}{u} \quad (3.28)$$

Durante condições normais de condução, o ângulo de derrapagem β é baixo, menores que 5 graus. Nesta situação, o veículo aparenta se mover tangente ao seu caminho, porém no caso de manobras fechadas, em terrenos acidentados ou com baixa aderência, o ângulo de derrapagem pode crescer e influenciar na estabilidade veicular (KHAJEPOUR e outros, 2014).

O momento de referência aqui proposto está relacionado à variação deste ângulo, definido por:

$$M_{zdes} = k_p^z J_z \dot{\beta} \quad (3.29)$$

sendo k_p^z o ganho proporcional, que define a sensibilidade da referência em relação a $\dot{\beta}$.

Para uma determinada velocidade e em situações normais de condução, o ângulo de derrapagem, em estado estacionário durante uma manobra, pode ser determinado através de uma relação entre o ângulo de esterçamento, taxa de guinada, aceleração lateral e velocidade longitudinal do

veículo (VELENIS *e outros*, 2009). Em situações extremas, no entanto, o seu comportamento é não linear e a relação entre o ângulo de derrapagem e os demais parâmetros do veículo é perdida. O momento de referência definido pela Equação (3.29) deve atuar nestas situações, quando o veículo estiver escorregando ($\dot{\beta} \neq 0$).

Como o objetivo aqui é analisar o efeito da distribuição dos torques na dinâmica veicular, o controlador não irá atuar nas forças laterais através da direção. Destaca-se também que os momentos de referência definidos pelas equações 3.27 e 3.29 não correspondem ao momento total desejado para o veículo, portanto, estes valores representam momentos de correção que devem ser inseridos na dinâmica veicular pelas rodas tracionadas, através das forças longitudinais, como descreve o termo M_{fx} da Equação (3.23).

Velocidade longitudinal e força de referência

A força longitudinal desejada é obtida a partir do erro da velocidade longitudinal e_u , através da qual se cria uma referência de aceleração \dot{u}_{ref} . Assim, pela Segunda Lei de Newton, a somatória das forças na direção x que agem sobre o veículo geram uma força resultante, também na direção x , igual a aceleração em x multiplicada pela massa do objeto:

$$F_{xdes} = m\dot{u}_{ref} \quad (3.30)$$

com

$$\begin{aligned} e_u &= u_{ref} - u \\ \dot{u}_{ref} &= k_p^x e_u + k_i^x \int e_u dt \end{aligned} \quad (3.31)$$

sendo k_p^x e k_i^x os ganhos proporcional e integral do movimento longitudinal.

3.4.2 Distribuição de Forças

Com as referências definidas, deve-se formular o problema de otimização convexa sujeito a restrições de igualdade e desigualdade. O primeiro objetivo aqui definido é otimizar o momento de

guinada do veículo e, em seguida, a força longitudinal líquida sobre o veículo. Para este propósito, as seguintes equações devem ser satisfeitas:

$$\begin{aligned} F_{x_1} + F_{x_2} + F_{x_3} + F_{x_4} - F_{xdes} &= 0 \\ c(F_{x_1} + F_{x_3}) - c(F_{x_2} + F_{x_4}) - M_{zdes} &= 0 \end{aligned} \quad (3.32)$$

Para encontrar uma solução que melhore o desempenho do veículo, pode-se adicionar outras restrições ao problema. Os trabalhos de Goodarzi e Daneshmand (2009) e Suzuki *e outros* (2014) apresentam o conceito de carga de trabalho no pneu, definido como:

$$ct_i = \frac{F_{xi}^2 + F_{yi}^2}{\mu^2 F_{zi}^2} \quad (3.33)$$

De acordo com círculo de atrito discutido anteriormente, uma baixa carga de trabalho indica que o ponto de operação do pneu está longe de seu limite de saturação. Assim, minimizar a carga de trabalho pode ampliar o desempenho do veículo e reduzir a dissipação de energia devido a escorregamentos e derrapagens (SUZUKI *e outros*, 2014).

Outro fator importante a ser adicionado como uma restrição consiste na quantidade máxima de torque que os motores são capazes de prover às rodas. Este limitante será denominado pelo fator T_{max} . Desta forma, utilizando a relação entre torque e força descrita pela Equação (3.10), a força máxima devido a potência do motor é obtida:

$$F_{x_{pot}} = \frac{T_{max}}{r_R} \quad (3.34)$$

Além deste limitante, propõe-se uma restrição para o controle de escorregamento. A Figura 3.6 exibe uma curva característica da força longitudinal do pneu obtida através do modelo empírico de Pacejka.

Quando a força longitudinal atinge a sua saturação, um aumento de σ (que está relacionado ao aumento de torque) não leva a um acréscimo da força longitudinal, portanto, em saturação, incrementar o torque na roda irá apenas incrementar o escorregamento.

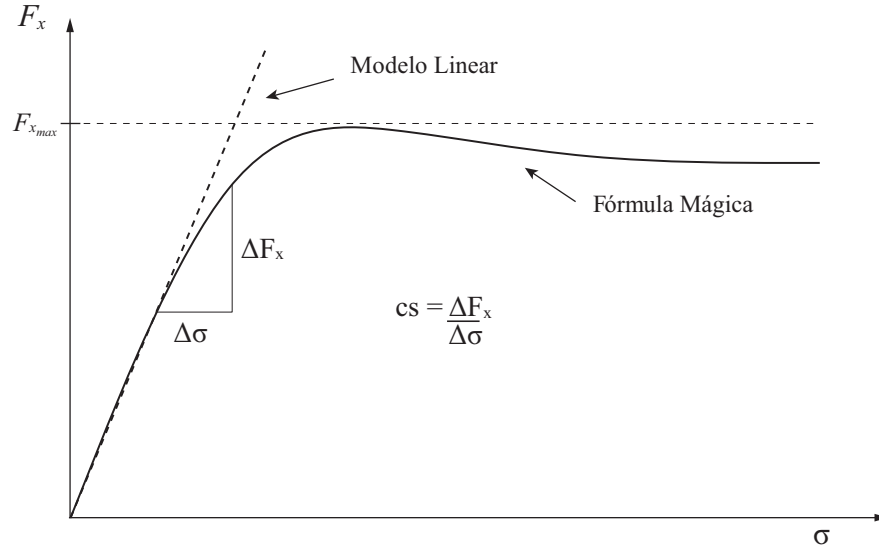


Figura 3.6: Limite da região linear do modelo do pneu.

Para manter as forças sob o veículo na região linear da curva, estipula-se uma contante positiva F_{cs} , tal que quando $cs > F_{cs}$ ainda há benefício em se incrementar o torque. Logo, limita-se a força máxima a:

$$F_{x_{slip}} = \begin{cases} F_{x_{atual}} + \epsilon cs, & \text{se } cs > F_{cs} \\ F_{x_{atual}} - \epsilon cs, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (3.35)$$

sendo ϵ um fator de ajuste.

Desta forma, a força $F_{x_{slip}}$ estará sempre limitada pela força instantânea $F_{x_{atual}}$ da roda e pelo fator cs , que pode ser interpretado como uma taxa de crescimento da força.

Pelas características físicas do veículo, dos pneus, dos motores ou mesmo do terreno, as forças limitantes $F_{x_{pot}}$ e $F_{x_{slip}}$ podem divergir. Neste caso o limitante utilizado é o inferior, assim a força máxima inserida como uma restrição é :

$$F_{x_{max}} = \min(F_{x_{pot}}, F_{x_{slip}}) \quad (3.36)$$

Lembrando que cada roda está sujeita a uma condição diferente e, portanto, cada uma delas terá sua curva característica.

A Figura 3.7 apresenta a arquitetura do diferencial delineado. O primeiro bloco consiste em determinar as intenções do motorista, através da referência de velocidade longitudinal u_{ref} , do comando de direção δ e dos estados do veículo são determinadas as referências de força e momento.

O bloco seguinte constitui-se em distribuir as forças entre as rodas buscando a melhor atuação para o movimento do veículo, além disso, através dos valores medidos ou estimados determina-se os limitantes máximos das forças. A partir das referências impostas e dos estados atuais, formula-se o problema quadrático. Sua solução resulta em forças de referência que são transformadas em torques pela relação com o raio da roda, como exposto pela Equação (3.10). Por fim, este torque de referência é aplicado ao motor através dos controladores PI que são realimentados pelas correntes de armadura.

Nota-se a existência do bloco "Estimador". As forças de contato com o solo e coeficiente de atrito adotados são consideradas conhecidas, embora sejam difíceis de se medir diretamente na prática. Entretanto, já existem diversos estudos analíticos e experimentais realizados sobre a estimativa deste valores (AHN, 2011).

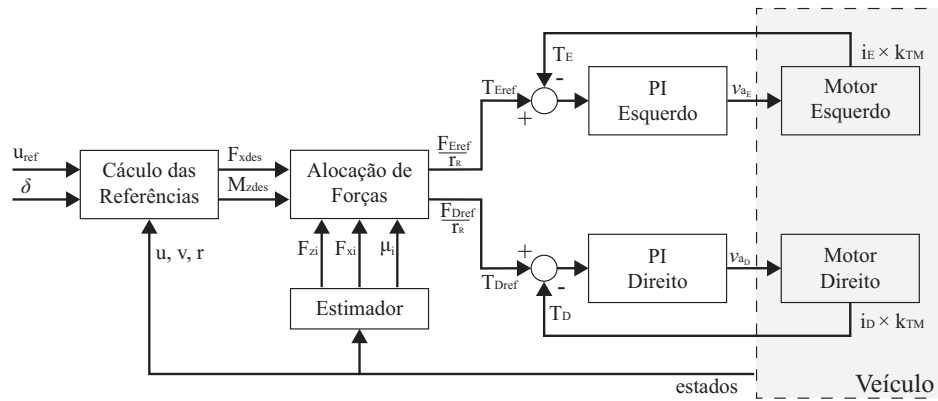


Figura 3.7: Estrutura hierárquica de controle do sistema proposto.

3.4.3 Otimização Convexa

Para formular as relações da Equação (3.32) como um problema de otimização, deve se determinar a função de custo. Os principais objetivos são minimizar o erro de força longitudinal,

momento de guinada e a carga de trabalho no pneu. Para isto, define-se a função objetivo por:

$$J = C_1 \frac{F_{x_3}^2}{\mu^2 F_{z_3}^2} + C_2 \frac{F_{x_4}^2}{\mu^2 F_{z_4}^2} + C_3 \left(|F_{x_3} + F_{x_4} - F_{x_d}| \right) + C_4 \left(|c(F_{x_3} - F_{x_4}) - M_{z_d}| \right) \quad (3.37)$$

Nota-se que as forças das rodas dianteiras F_{x_1} e F_{x_2} não estão presentes. O projeto ao qual este trabalho se insere consiste em um veículo de tração traseira, portanto, as forças dianteiras são forças de reação de baixa magnitude, por isso, desconsideradas.

Observa-se também que os termos quadráticos não contém as forças laterais F_{yi} . Como a força lateral não pode ser controlada, seus valores são vistos aqui como constantes instantâneas, portanto removidas da função objetivo.

As escolhas dos parâmetros $C_{1...4}$ foram determinadas empiricamente. Os valores de $C_{1,2}$ devem ser iguais uma vez que os pneus são considerados idênticos. Nesta aplicação foram selecionados como constantes. Já os parâmetros $C_{3,4}$ foram determinados como uma função do ângulo de esterçamento:

$$\begin{aligned} C_3 &= 12 - 2 \times \frac{\delta}{\delta_{max}} \\ C_4 &= 10 + 2 \times \frac{\delta}{\delta_{max}} \end{aligned} \quad (3.38)$$

sendo δ o ângulo de esterçamento instantâneo e δ_{max} o máximo ângulo permitido.

A ideia destes pesos consiste em priorizar o movimento de guinada durante as curvas e priorizar o movimento longitudinal em caminhos retos. Isto auxilia, por exemplo, as retomadas de velocidades ao fim das curvas.

Este problema de minimização pode ser reescrito no formato padrão de programação quadrática (BOYD E VANDENBERGHE, 2004) na forma:

$$\begin{aligned} \underset{x \in \mathbb{R}^n}{\text{minimizar}} \quad & J(x) = (1/2)x'Px + q'x \\ \text{sujeito a} \quad & Gx \leq h \\ & Ax = b \end{aligned} \quad (3.39)$$

onde $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é uma matriz definida positiva e as demais matrizes e vetores possuem dimensões compatíveis.

Uma característica relevante de programação quadrática, tanto quanto em programação linear, é que pode ser resolvido de forma confiável e eficiente utilizando métodos de pontos interiores ou outros métodos especiais para otimização convexa.

Estes métodos de solução já são eficazes e otimizados o suficiente para serem usados em sistemas de controle embarcados em tempo real. Um bom exemplo é o controle preditivo, uma técnica que requer a solução de um programa quadrático convexo em cada etapa (BOYD E VANDENBERGHE, 2004).

3.5 Considerações Finais

Neste capítulo foi abordado o conceito de diferencial eletrônico. Foram apresentadas três abordagens para a distribuição de torques. Uma abordagem denominada PI, em que considera-se apenas o movimento cinemático das rodas, uma abordagem denominada LQR, embasada em um modelo dinâmico linearizado e, por fim, uma abordagem denominada PQ, na qual consegue-se agregar informações dinâmicas do comportamento não linear do pneu.

Capítulo 4

Resultados em Simulação

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos em simulação a partir das diferentes abordagens de distribuição de torque discutidas no Capítulo 3. Os parâmetros gerais do veículo e os ganhos dos controladores utilizados estão disponíveis no Apêndice A.

O objetivo aqui consiste em analisar o impacto da distribuição de torques no comportamento do veículo. Para isto são realizados testes com comandos de direção em malha aberta. Nesta etapa, não se tem interesse, portanto, na trajetória percorrida pelo veículo.

Diferentes manobras com diversas configurações de terrenos serão analisadas, para tal, será designado a nomenclatura PI para referenciar os resultados obtidos utilizando a estratégia de controle descrita em 3.2, LQR para designar a estratégia 3.3 e $PQ_{r,\beta}$ para designar o método descrito em 3.4, sendo os subíndices r e β indicando as duas diferentes abordagens com as referências descritas pelas Equações (3.27) e (3.29), respectivamente.

4.1 Terreno regular com alta aderência

Como teste inicial uma manobra conhecida como *Sine with Dwell* é executada. Esta manobra, ilustrada pela Figura 4.1, é baseada na mudança dupla de faixa e consiste em executar um comando de direção δ_{cmd} senoidal com frequência de 0,7 Hz. Ao alcançar o segundo pico, o ângulo de direção é mantido por 0,5 segundos, e em seguida completa-se o período (FORKENBROCK, 2005). Na simulação realizada, o veículo foi colocado no ponto de equilíbrio com velocidade constante de 10 m/s.

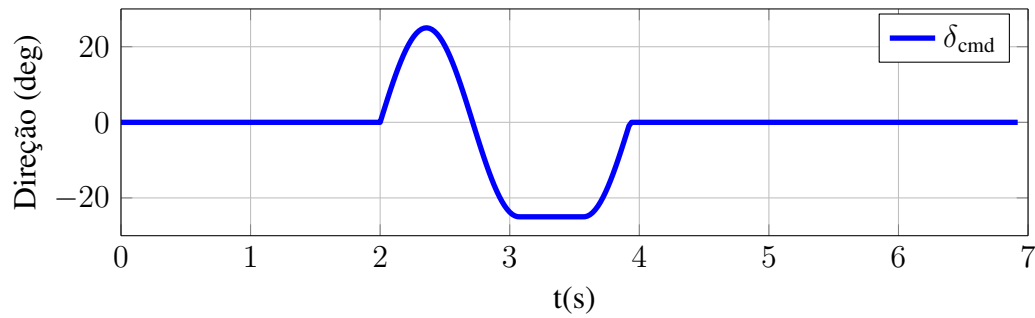


Figura 4.1: Manobra de esterçamento *Sine with Dwell*.

A Figura 4.2a mostra uma queda na velocidade longitudinal. Durante a curva, surgem escorregamentos e derrapagens nos pneus (ver Figuras 4.4 e 4.5) que provocam forças longitudinais e laterais, o que desacelera o veículo.

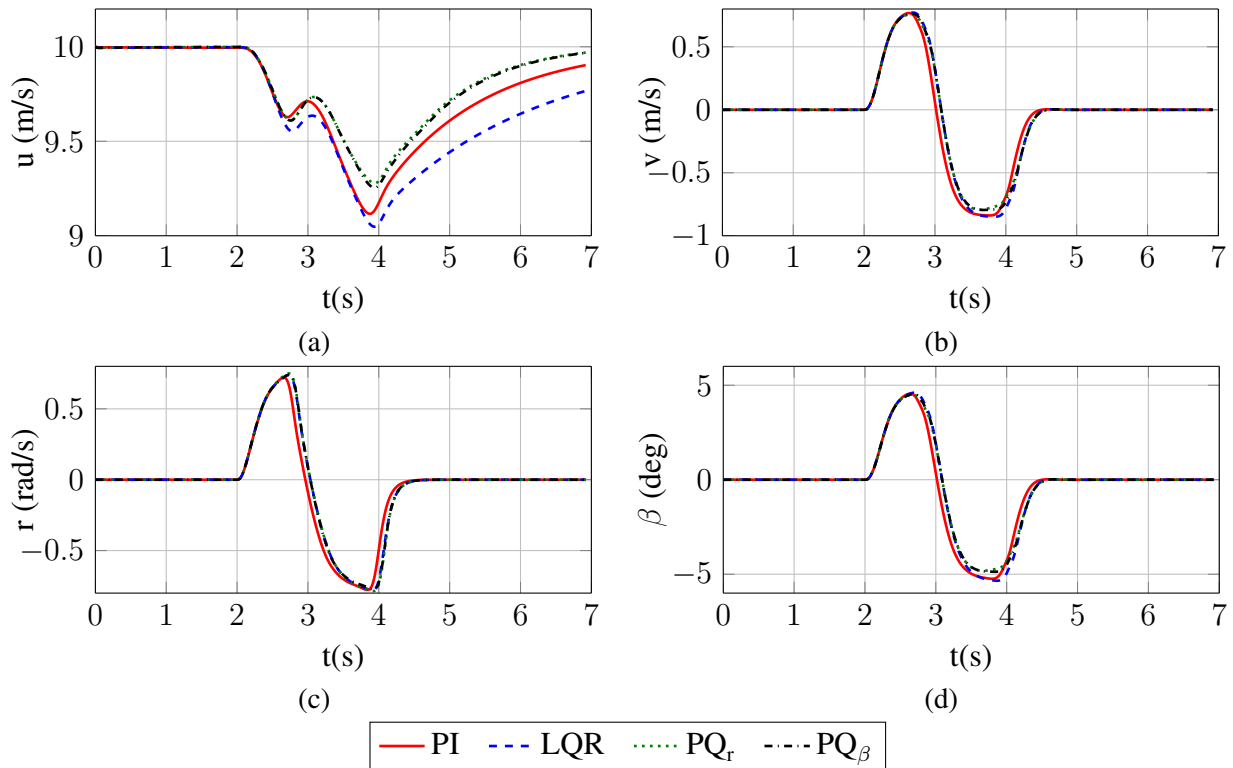


Figura 4.2: Curvas de: (a) Velocidade longitudinal. (b) Velocidade lateral. (c) Velocidade angular. (d) Ângulo de derrapagem

Apesar de apresentarem distribuições de torques diferentes (Figura 4.3), o comportamento do movimento de guinada e de velocidade lateral, no entanto, apresentam comportamentos semelhantes, como mostram as Figuras 4.2b e 4.2c.

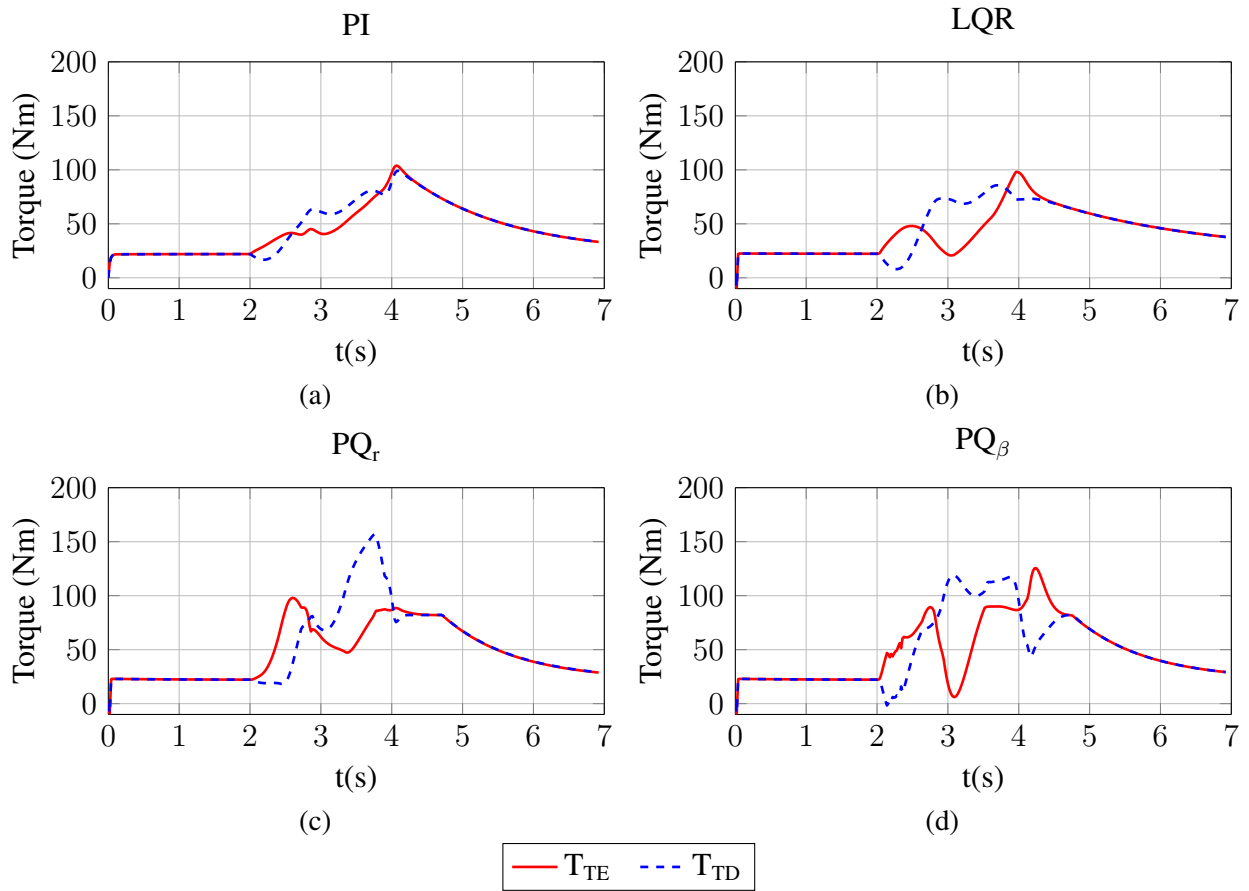


Figura 4.3: Distribuição de torques nas rodas traseiras para as abordagens: (a) PI, (b) LQR, (c) Programação quadrática PQ_r e (d) Programação quadrática PQ_β .

A aparição de forças de reação no início da curva, obrigam a um aumento significativo do torque devido ao erro de velocidade, como mostra a Figura 4.3. Verifica-se também o comportamento da abordagem PI que apresenta a menor diferença de torque entre as rodas direita e esquerda devido ao módulo de corrente apresentado anteriormente.

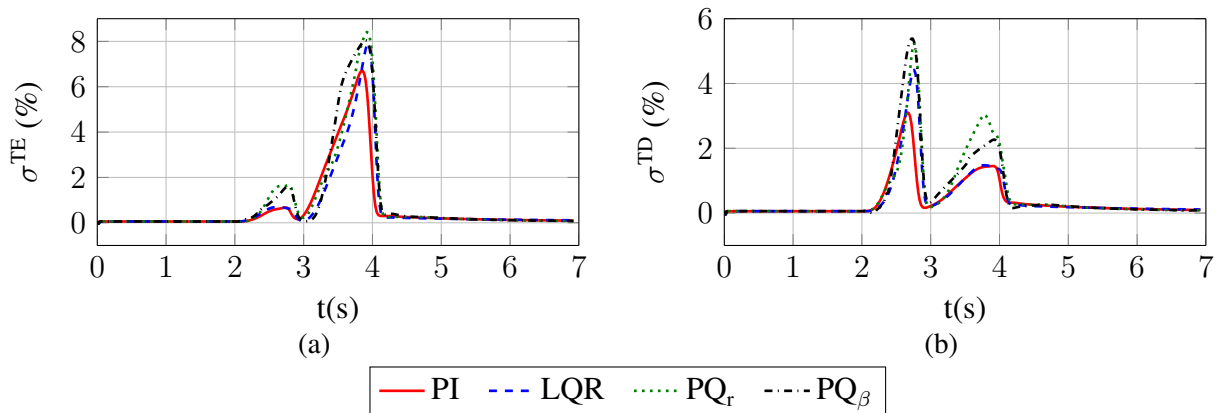


Figura 4.4: Taxa de escorregamento nas rodas Traseiras (a) Esquerda e (b) Direita.

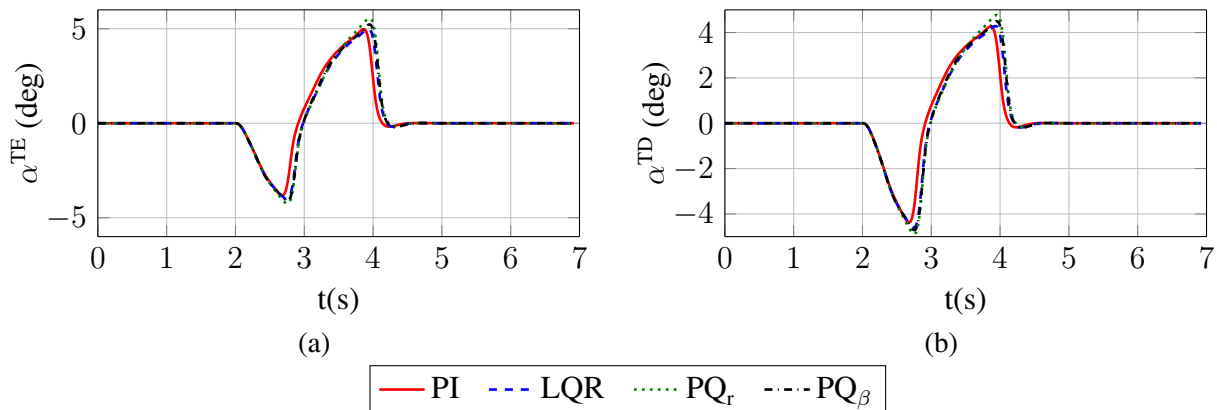


Figura 4.5: Ângulo de derrapagem nas rodas Traseiras (a) Esquerda e (b) Direita.

Pela Figura 4.4a e 4.4b, nota-se que as taxas de escorregamento nas rodas traseiras se mostram ligeiramente maiores nas abordagens PQ_r e PQ_β . Contudo, por se tratar de um terreno sem irregularidades e de boa aderência, os escorregamentos e derrapagens encontram-se na faixa onde as forças de interação pneu-solo são lineares.

Enquanto as forças no pneu operam em sua região linear, incrementar o torque, e consequentemente a taxa de escorregamento, implica em aumentar o força longitudinal. Checa-se este efeito na velocidade linear do veículo (Figura 4.2a). Nestas abordagens a retomada da velocidade é maior.

4.2 Terreno com variação de atrito

Com o objetivo de se investigar o comportamento do veículo em situações extremas, foram criados terrenos fictícios com variações bruscas de atrito e com superfícies escorregadias.

4.2.1 Baixa aderência nas rodas internas à curva

Neste segundo cenário, o veículo realiza uma curva fechada à direita. O comando de direção é exibido pela Figura 4.6. A curva tem início em $t = 2s$.

As rodas externas à curva se encontram em um terreno com alta aderência, $\mu = 0,8$, enquanto que as rodas internas estão sujeitas a uma superfície escorregadia, $\mu = 0,3$. Nesta simulação, o veículo foi colocado em ponto de equilíbrio com velocidade constante de 8 m/s .

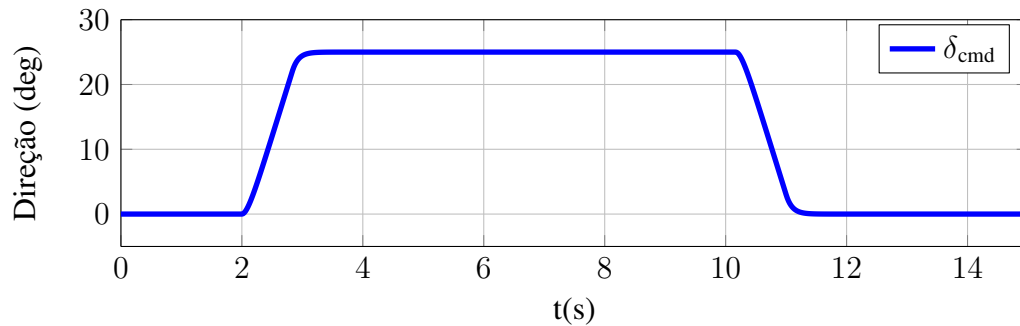


Figura 4.6: Direção comandada para a curva à direita.

Durante uma curva à direita, pelo efeito de rolagem, a força normal F_z se concentra nas rodas esquerdas e, portanto, as forças laterais e longitudinais máximas permitidas nestas rodas são maiores que as encontradas nas respectivas rodas direitas.

Os perfis de torques obtidos para este cenário são exibidos na Figura 4.7. Observa-se que as abordagens PQ_r e PQ_β apresentam resultados semelhantes.

Ao analisar a taxa de escorregamento (Figura 4.9), percebe-se que a roda interna à curva (traseira direita) apresenta altos valores de escorregamento. Isto sugere uma operação na região de

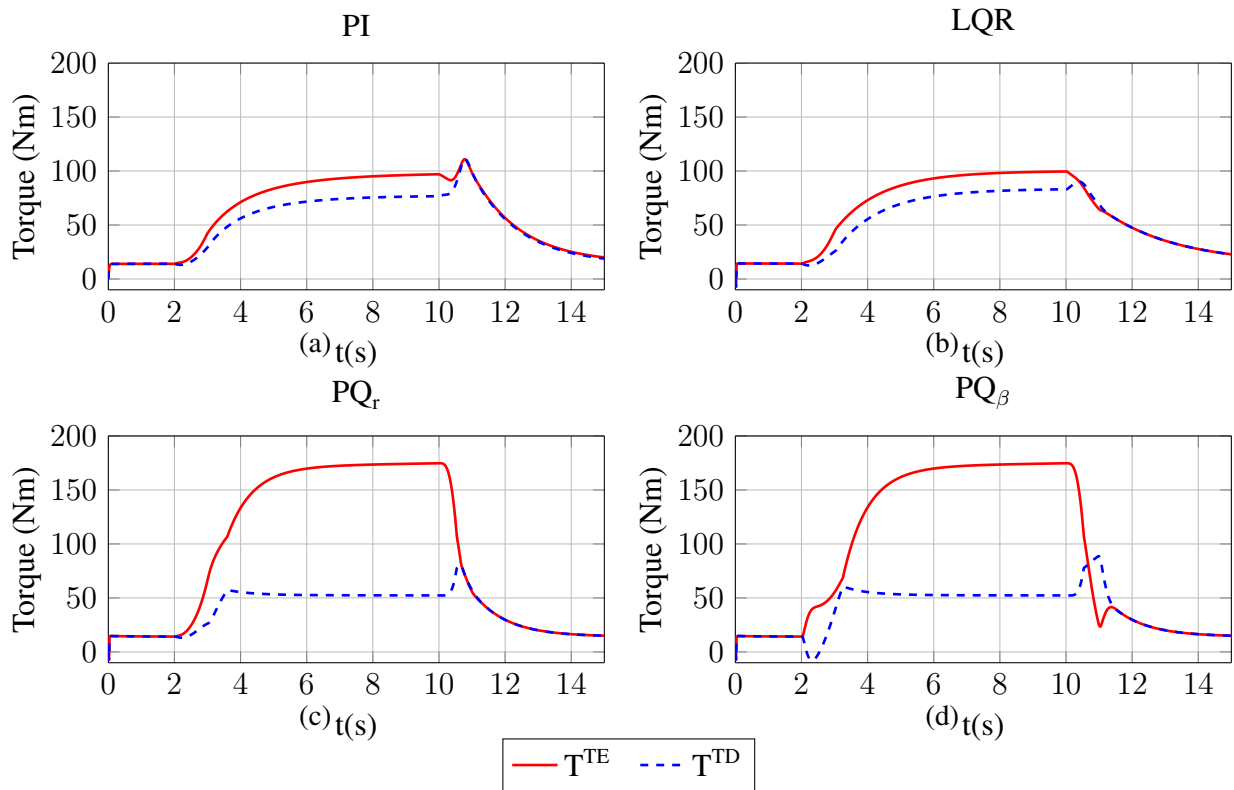


Figura 4.7: Distribuição de torques nas rodas traseiras para as abordagens: (a) PI, (b) LQR, (c) Programação quadrática PQ_r e (d) Programação quadrática PQ_β .

saturação. Segundo (KHAJEPOUR *e outros*, 2014), tipicamente, taxas de escorregamento acima de 10% se mostram na região de saturação .

Como as abordagens PQ_r e PQ_β levam em consideração o ponto de operação do pneu, a distribuição de torques obtidas por elas, apesar das diferentes referências de momento para o veículo, são similares.

Pela Figura 4.8, verifica-se o reflexo da distribuição de torques nas velocidades. Novamente a retomada de velocidade longitudinal pelas abordagens PQ_β e PQ_r é maior que nas demais.

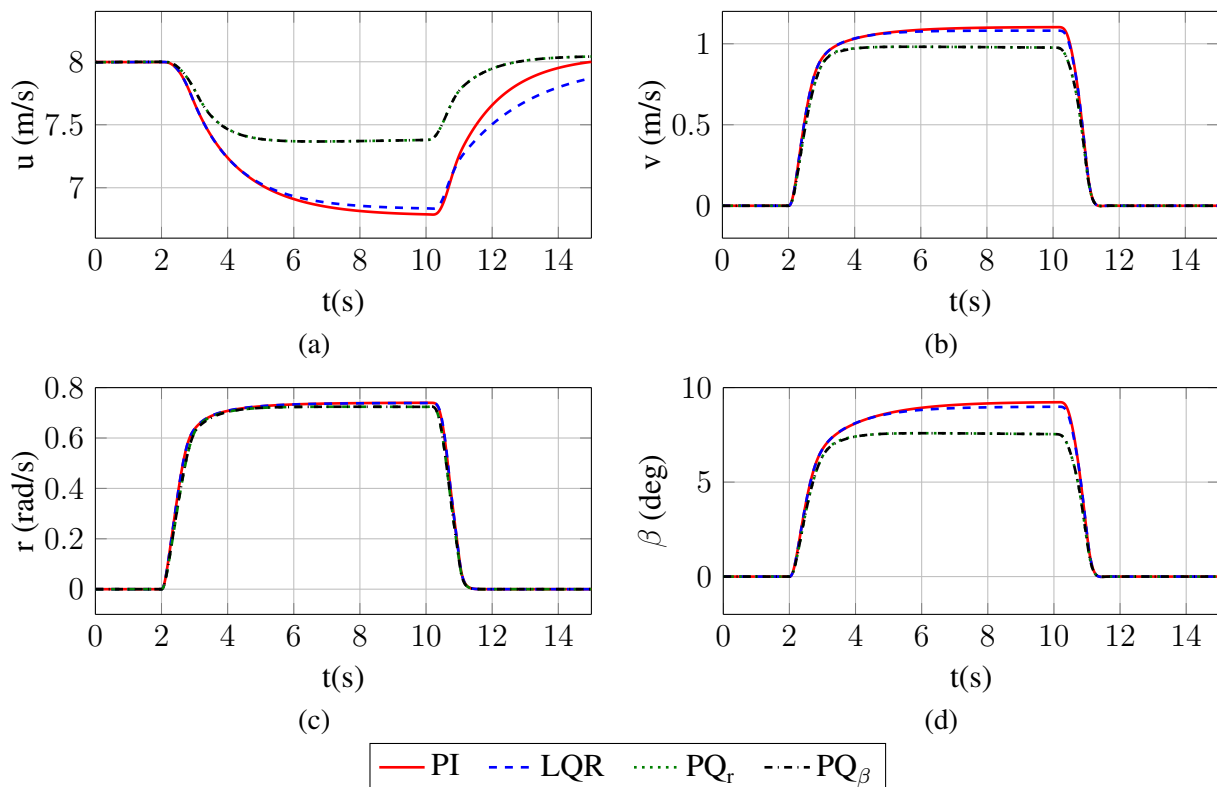


Figura 4.8: Curvas de: (a) Velocidade longitudinal. (b) Velocidade lateral. (c) Velocidade angular. (d) Ângulo de derrapagem

Por fim, exibe-se na Figura 4.11 a velocidade angular das quatro rodas do veículo. Na abordagem LQR , a velocidade angular da roda traseira direita ultrapassa até mesmo as velocidades de rotação das rodas esquerdas (que naturalmente desenvolvem velocidades maiores devido à curva), o que indica um excesso de escorregamento.

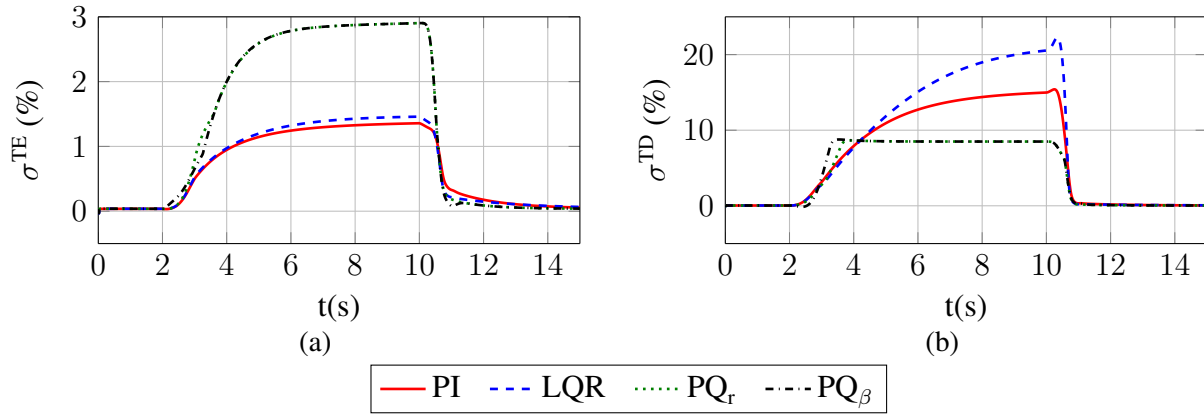


Figura 4.9: Taxa de escorregamento nas rodas Traseiras (a) Esquerda e (b) Direita.

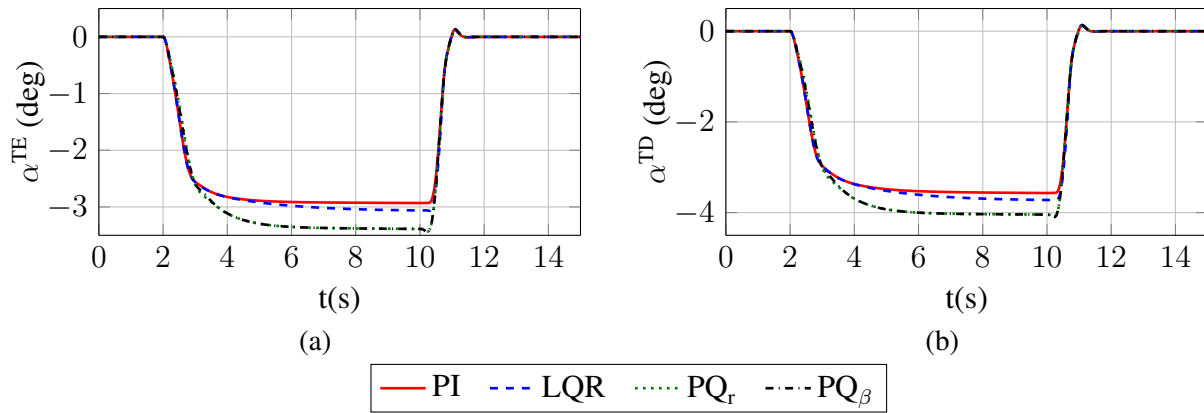


Figura 4.10: Ângulo de derrapagem nas rodas Traseiras (a) Esquerda e (b) Direita.

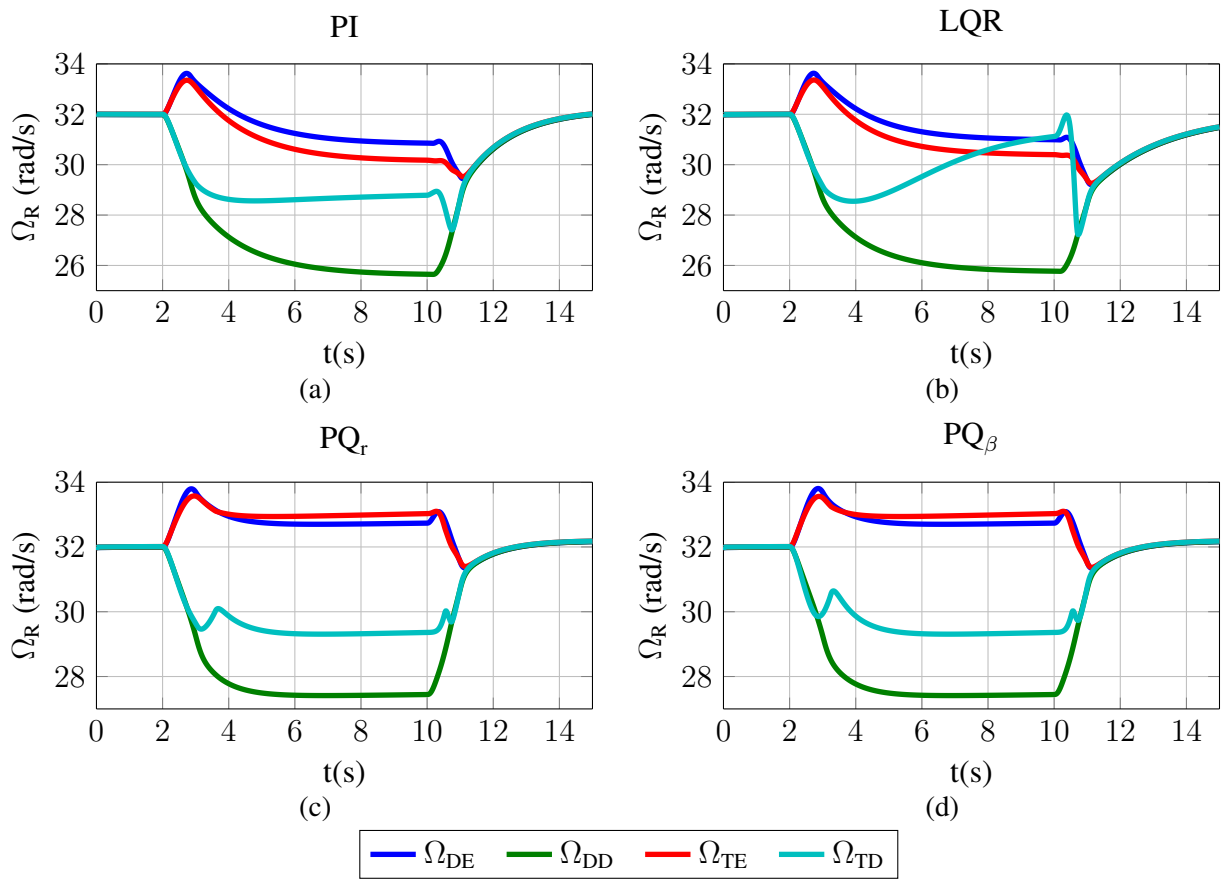


Figura 4.11: Velocidade angular das rodas para as diferentes abordagens. (a) PI. (b) LQR. (c) PQ_r . (d) PQ_β .

4.2.2 Faixas de baixa aderência

Neste cenário, foi criado um terreno com faixas retangulares de atrito. O intuito aqui é forçar uma situação de derrapagem.

O veículo deve realizar uma curva enquanto passa por uma região com variações intermitentes de atrito. O terreno apresenta um coeficiente de atrito $\mu = 0,8$. São adicionados a ele sete faixas com coeficiente de atrito $\mu = 0,3$ e largura de dois metros.

O terreno construído e o comando de direção são apresentados pela Figura 4.12.

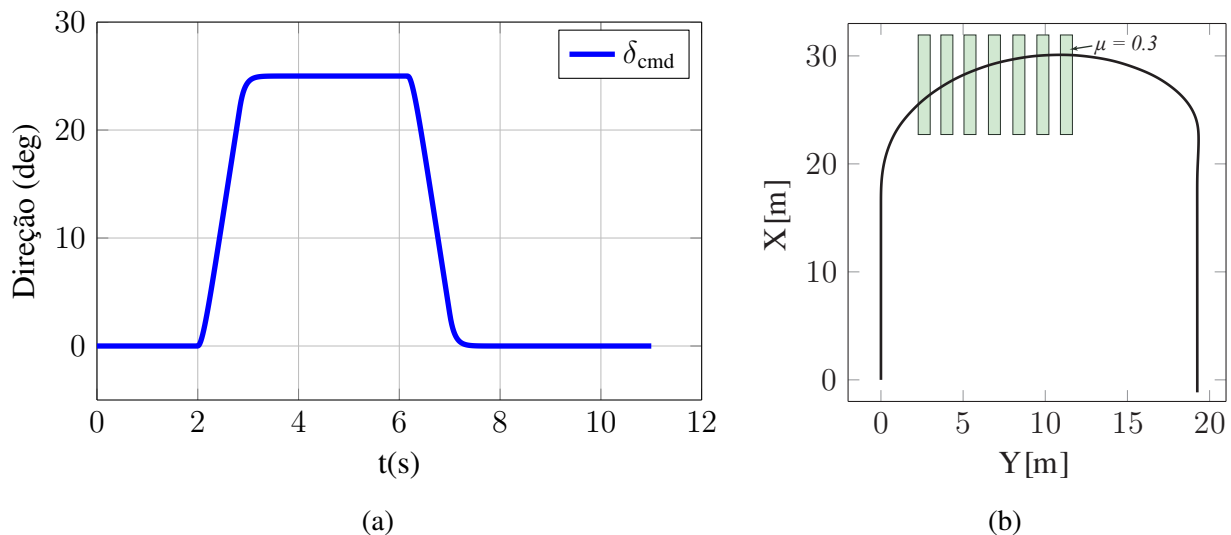


Figura 4.12: (a) Direção comandada e (b) Trajetória esperada no terreno com faixas de atrito.

A simulação é iniciada com o veículo em seu ponto de equilíbrio e velocidade constante de 8 m/s .

As velocidades do veículo e seu ângulo de derrapagem são exibidos pela Figura 4.13. Neste cenário, observa-se diferentes comportamentos no movimento lateral do veículo.

Na figura 4.14, pelas abordagens PI , PQ_r e PQ_β é possível notar a interferência das faixas de atrito na distribuição de torques. As variações bruscas indicam as transições dos pneus entre as faixas de atrito.

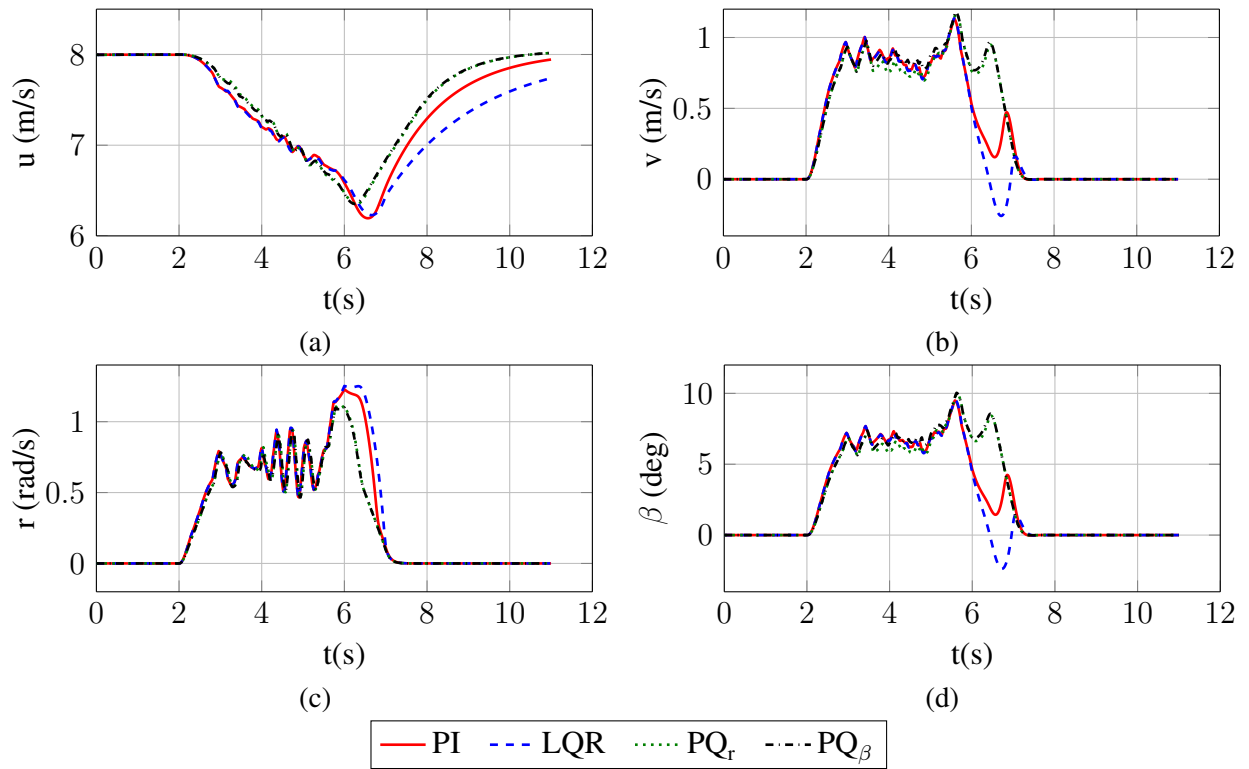


Figura 4.13: Curvas de: (a) Velocidade longitudinal. (b) Velocidade lateral. (c) Velocidade angular. (d) Ângulo de derrapagem

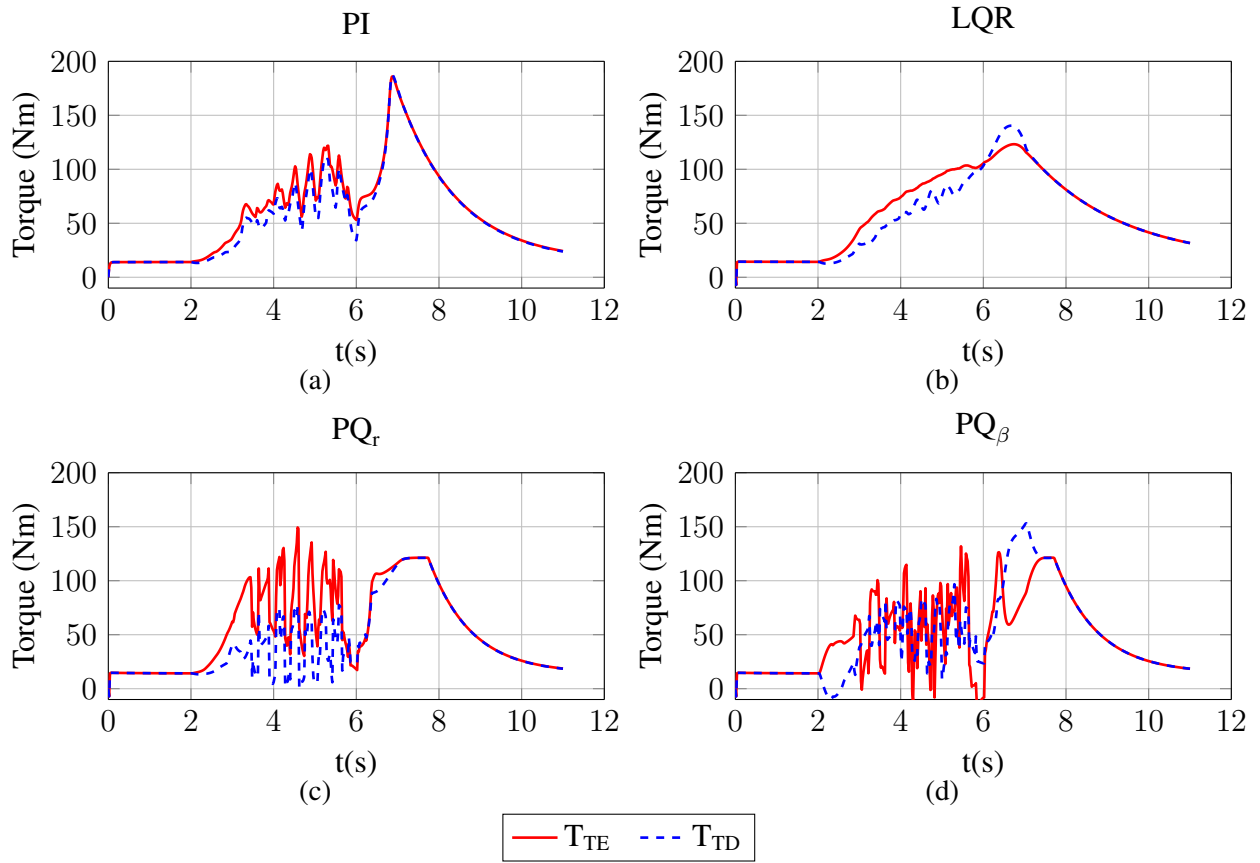


Figura 4.14: Distribuição de torques nas rodas traseiras para as abordagens: (a) PI, (b) LQR, (c) Programação quadrática PQ_r e (d) Programação quadrática PQ_β .

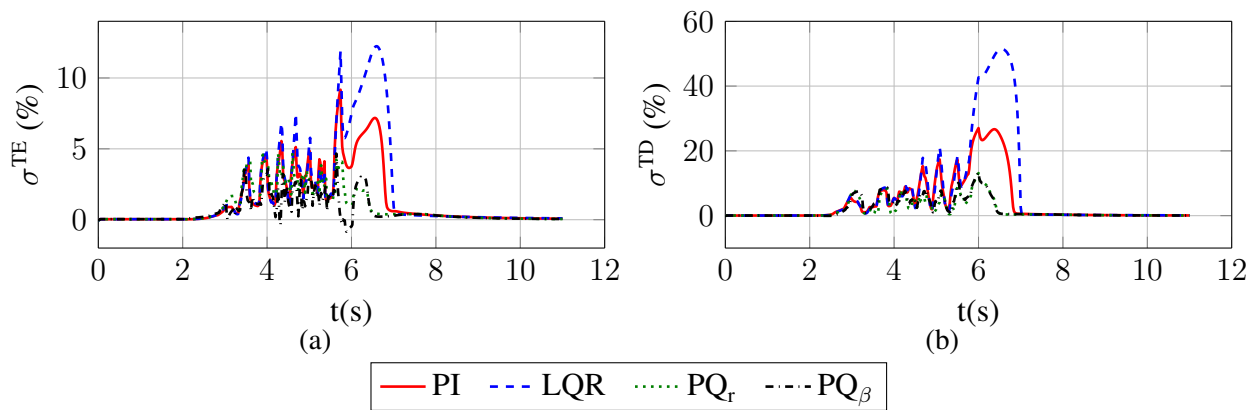


Figura 4.15: Taxa de escorregamento nas rodas Traseiras (a) Esquerda e (b) Direita.

Pela Figura 4.15, a taxa de escorregamento nas abordagens PQ_r e PQ_β , assim como nos resultados anteriores, permaneceram abaixo de 10%, enquanto que nas abordagens PI e LQR estes valores chegam próximos a 28 e 50%, respectivamente.

Diferentemente dos testes anteriores, este teve uma grande influência no ângulo de derrapagem do veículo, conforme mostra a Figura 4.16. No instante $t = 6s$, nas abordagens PI e LQR , a velocidade angular do veículo sofre um aumento ríspido, o que reflete na direção do vetor velocidade das rodas. Contudo, nas abordagens PQ_r e PQ_β , este efeito é atenuado.

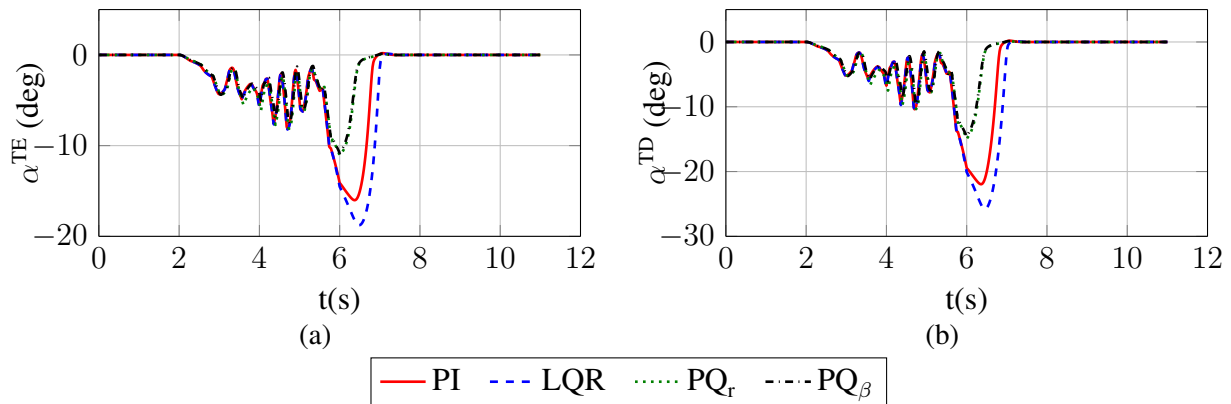


Figura 4.16: Ângulo de derrapagem nas rodas Traseiras (a) Esquerda e (b) Direita.

A figura 4.17 apresenta as velocidades de rotação das rodas do veículo. Na abordagem LQR , nota-se a velocidade excessiva da roda traseira direita. Nesta situação, pode-se dizer que a roda está em um estado de *spinning*, ou equivalentemente, girando em seu próprio eixo sem efetivamente acrescentar movimento ao veículo.

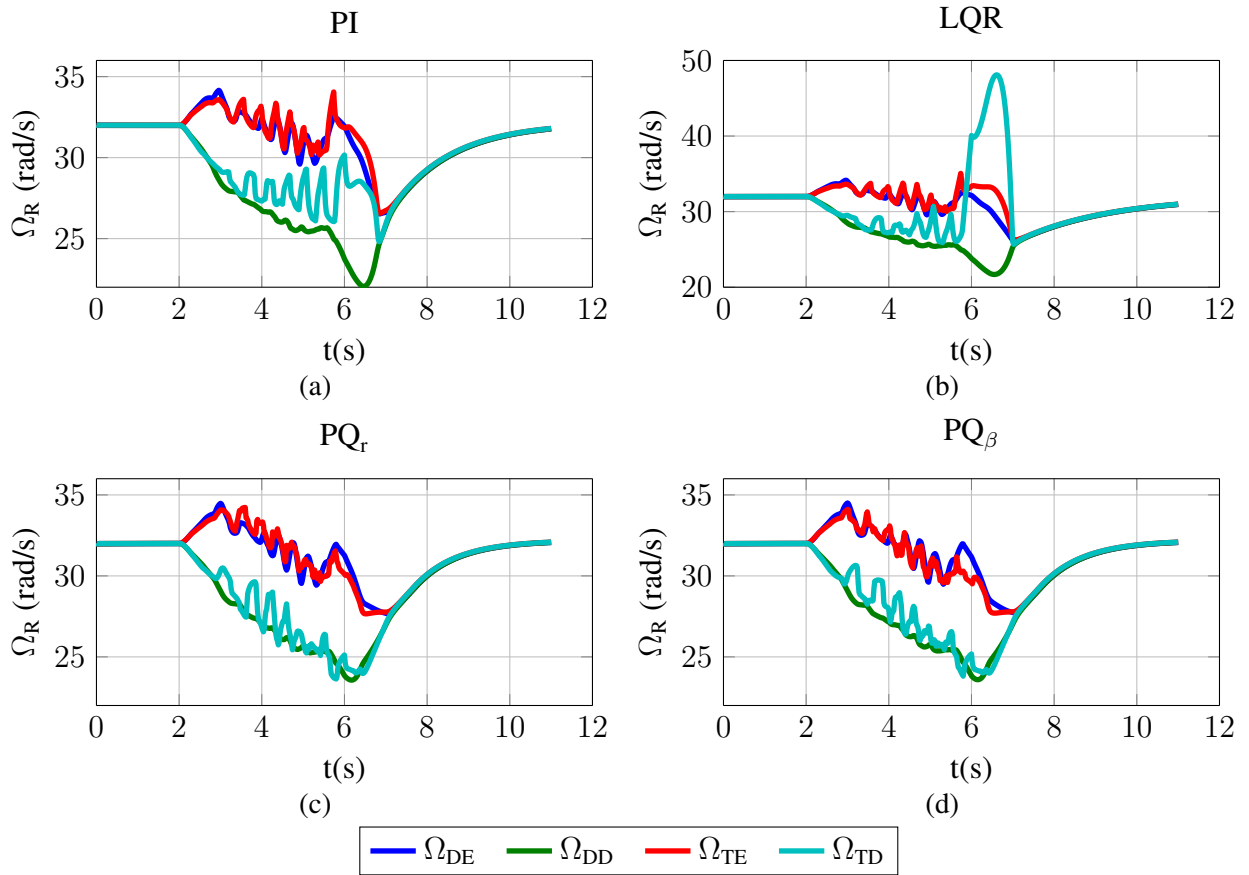


Figura 4.17: Velocidade angular das rodas para as diferentes abordagens. (a) PI, (b) LQR, (c) PQ_r , (d) PQ_β .

4.3 Considerações Finais

Neste capítulo foram estabelecidos circuitos de testes com diferenças bruscas de atritos realizados com comandos de direção predefinidos a velocidade longitudinal constante. Dessa forma, os objetivos foram manter o veículo em sua velocidade enquanto que realiza, de forma a aprimorar o movimento lateral, a distribuição de torques nos motores.

Como resultado, notou-se uma baixa performance nas abordagens puramente cinemáticas ou com dinâmica simplificada. Estas não são capazes de reproduzir as não linearidades da dinâmica dos pneus e acabam por apresentar altas taxas de escorregamento.

Capítulo 5

Controle de Posição Lateral

A família dos controladores de interesse é chamada de *Path following*. Estas técnicas consistem em manipular o veículo a fim de se executar um caminho definido a velocidade constante sem se preocupar com o erro de posição longitudinal. Os objetivos destes controladores são, portanto, minimizar a distância lateral entre o veículo e a trajetória, minimizar a diferença entre a orientação do veículo e a orientação do caminho definido e restringir os comandos de direção para suavizar os movimentos e manter a estabilidade.

Um dos métodos para se realizar o controle de posição lateral consiste em explorar as relações geométricas entre o veículo e a trajetória. Estas abordagens fazem o uso de uma distância denominada "olhar adiante" (do inglês - *look ahead*) para medir erro à frente do veículo a partir de sua posição e orientação em relação a trajetória de referência.

Em Kritayakirana (2012) é apresentado um controlador para o movimento lateral com o uso desta distância. O comando de direção é determinado por um controlador *feedforward*, usado para prever o comando de direção, e por um controlador de *feedback*, concebido para ajustar a direção de acordo com os erros do percurso.

Sob outra perspectiva, nos trabalhos de Cordeiro (2013) e Snider (2009), são apresentados estratégias de controle ótimo para o movimento lateral. São expostos a construção dos modelos simplificados puramente cinemáticos e dinâmicos linearizados, além de um comparativo entre eles.

Além destes, pode-se citar trabalhos com controladores não lineares, como apresentado em Borrelli *e outros* (2005) que faz o uso de um modelo completo não-linear do veículo para calcular a evolução do sistema através de controle preditivo. Nesta abordagem, em cada intervalo de tempo,

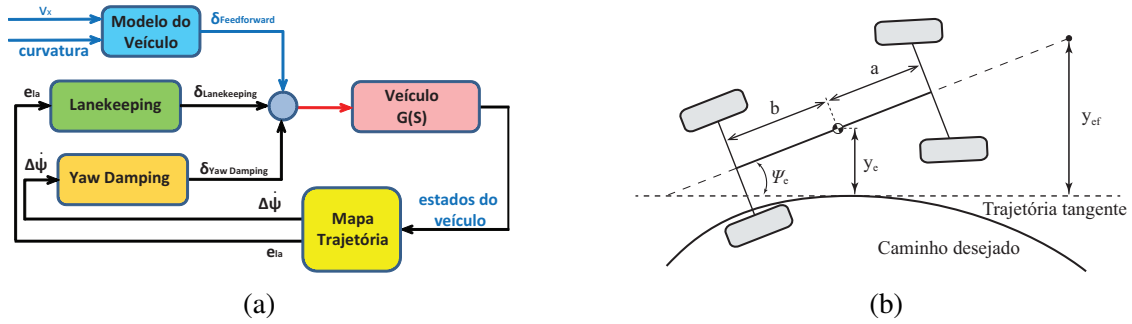


Figura 5.1: (a) Controlador de direção: formado por um ganho de *feedforward*, uma correção de *feedback* e uma parcela de amortecimento da direção *damping*. (b) Definição do erro de orientação ($\Delta\Psi$) e do erro referente à distância *lookahead* (e_{la}).

um índice de desempenho é otimizado sob restrições interligadas a uma sequência de comandos de direção futuros, a fim de se melhorar o rastreamento da trajetória desejada.

Na mesma linha de controladores não lineares, em Tagne *e outros* (2013) é apresentado um controlador baseado em *sliding mode control*. O princípio apresentado consiste em restringir as trajetórias do sistema para, em tempo finito, atingir uma superfície formada pela dinâmica dos erros laterais.

Como o cerne deste trabalho reside no diferencial eletrônico, será adotado um modelo cinemático simplificado de fácil implementação, focando na análise do comportamento das técnicas descritas no Capítulo 3 quando submetidos a um comando de direção em malha fechada. Além disso, segundo Snider (2009), simplificar o modelo do veículo para um modelo cinemático é uma aproximação comum, usado especialmente no planejamento de movimento, além de tornar a análise do veículo simples e intuitiva para a síntese do controlador.

5.1 Modelo Cinemático de Bicicleta

O modelo de bicicleta cinemático é um modelo bidimensional que representa as rodas esquerda e direita de um eixo em uma única roda central equivalente. Ele proporciona uma descrição matemática do movimento do veículo sem considerar as forças que afetam o movimento. Suas equações de movimento são puramente embasadas em relações geométricas que regem o sistema

(RAJAMANI, 2012). Neste modelo, assume-se ângulo de derrapagem próximos de zero, ou seja, considera-se que o vetor velocidade nas rodas estão na direção de sua orientação.

Para os objetivos descritos, seleciona-se como estados de interesse a velocidade angular r do veículo, posição lateral y e sua orientação ψ . A Figura 5.2 destaca os estados mencionados. Para uma dada trajetória γ , determina-se a posição desejada P_γ , e, a partir da posição do CG do veículo, calcula-se os erros laterais y_e e de orientação ψ_e .

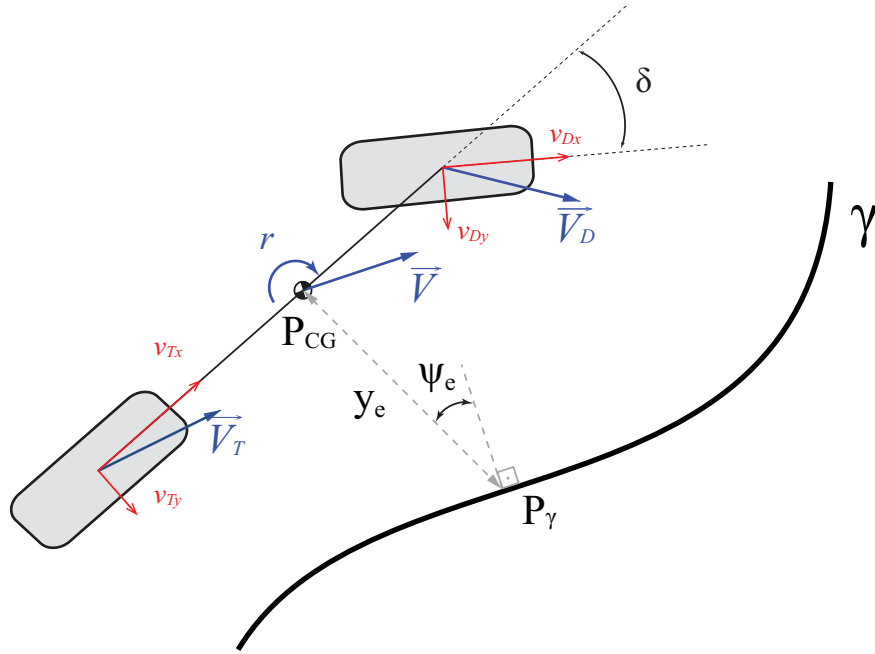


Figura 5.2: Modelo cinemático de bicicleta e referências de trajetória (adaptado de Cordeiro (2013)).

Para o modelo cinemático, seleciona-se portanto os estados y , ψ e r . A derivada da posição em y é dada pela velocidade lateral v , que por sua vez é definida por:

$$v = \|\vec{V}\| \sin(\psi) \quad (5.1)$$

Por simplicidade, pode-se assumir velocidade \vec{V} constante. Além disso, considera-se suas componentes longitudinal u e lateral v , tal que $u \gg v$. Assim $\|\vec{V}\| \approx u$. Considera-se também baixos valores de ψ , permitindo a aproximação $\sin(\psi) \approx \psi$. Além disso, supõe-se uma linearização

em torno da velocidade longitudinal de referência u_{ref} , em vista disso, têm-se:

$$\dot{y} = v = u_{ref}\dot{\psi} \quad (5.2)$$

No caso da derivada da velocidade angular, aproxima-se para o seu modelo de primeira ordem, assim:

$$\dot{r} = a_r r + b_r \delta \quad (5.3)$$

em que os termos a_r e b_r são os termos da aproximação que podem ser obtidos empiricamente, através dos termos descritos pela Equação (3.14), ou numericamente através da linearização numérica do modelo completo do veículo (CORDEIRO, 2013).

Desta forma, é estruturado o seguinte modelo em espaço de estados para o movimento lateral cinemático do veículo:

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{\psi} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & u_{ref} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & a_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \psi \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_r \end{bmatrix} \delta \quad (5.4)$$

A partir do sistema linearizado $\dot{x} = Ax + Bu$, como descrito nas seções 3.3.1 e 3.3.2, escolheu-se utilizar o Regulador Linear Quadrático (LQR) a partir da teoria de controle ótimo. Desta forma, o ganho \mathbf{K} obtido estabiliza o sistema através da seguinte lei de realimentação de estados:

$$\delta = -\mathbf{K}x \quad (5.5)$$

Para a análise seguinte, o veículo foi inserido em ponto equilíbrio com velocidade de referência constante de 20 m/s . Assume-se um terreno com alta aderência com coeficiente de atrito $\mu = 0.8$ (equivalente a asfalto seco). Neste caso, o sistema linearizado obtido foi:

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{\psi} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -23.55 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \psi \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 61.99 \end{bmatrix} \delta \quad (5.6)$$

5.2 Manobra Mudança Dupla de Faixa

A mudança dupla de faixa é um teste de circuito com comandos de direção em malha fechada, assim, o veículo deve seguir um perfil de pista definida. O cenário de teste idealizado é mostrado na Figura 5.3.

Visto que o controlador adotado age de acordo com o comportamento do veículo, ele pode não se comportar igualmente para os diferentes testes. Com a intenção de manter esta variação tão pequena quanto possível, o mesmo controlador com os mesmos pesos foi adotado em todos os experimentos. Para esta análise, o veículo é colocado em ponto de equilíbrio com velocidade constante de 20 m/s .

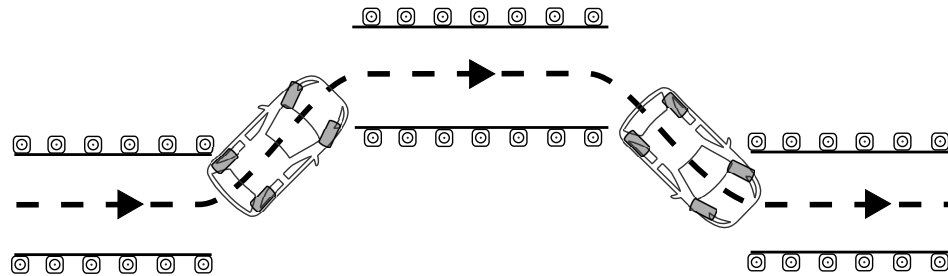


Figura 5.3: Cenário de mudança dupla de faixa.

A Figura 5.4 exibe as diferentes respostas para os comandos de direção. O início das curvas, nos instantes $1,5 \text{ s}$ e 6 s , mostram um comportamento similar. Contudo, nos instantes seguintes, entre $2,5 \text{ s}$ a 4 s e 7 s a $8,5 \text{ s}$, a abordagem de distribuição de torques PI apresenta um comando de direção maior, com valores máximos e mínimos de $11,21^\circ$ e $-11,22^\circ$ nos instantes $3,44$ e $7,9$ segundos, respectivamente.

Nas demais abordagens, o comando de direção apresenta comportamento semelhante, executado de forma suave. Seus valores de esterçamento máximos e mínimos são $8,3^\circ$ e $-8,5^\circ$ nos instantes 7 s e $2,6 \text{ s}$, respectivamente.

Apesar de apresentar um comando de direção mais acentuado, sua trajetória não apresenta um menor erro lateral, conforme exibe a Figura 5.5. O erro de posição lateral para a abordagem PI nos instantes $3,5 \text{ s}$ e 8 s é $0,15 \text{ m}$ maior que nas demais. Isto significa que o movimento lateral do veículo foi ligeiramente melhorado pelo uso das estratégias LQR , PQ_r e PQ_β . Através destas abordagens de distribuição de torques, o veículo se torna capaz de realizar uma curva com um raio

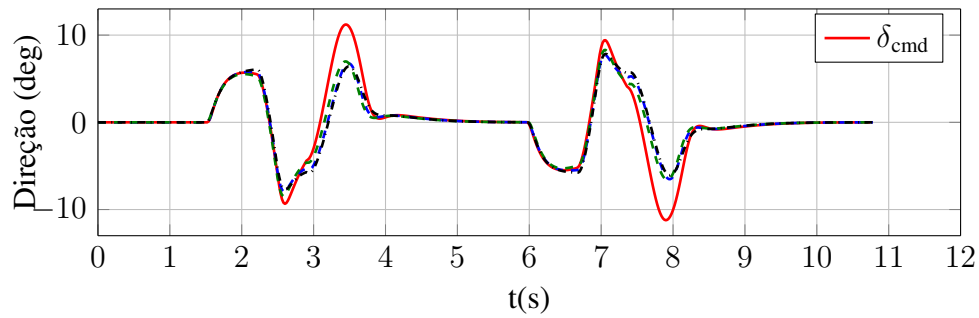


Figura 5.4: Comando de direção para a manobra de mudança dupla de faixa.

de curvatura menor.

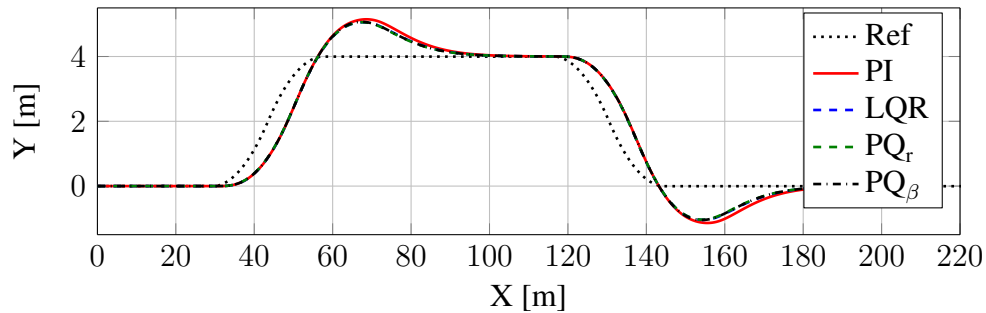


Figura 5.5: Trajetória desejada e obtidas para a mudança de faixa.

Para um maior esforço na direção, espera-se também maior influência no comportamento lateral do veículo. Comparando as velocidades laterais da Figura 5.6, verifica-se esta inferência. No instante próximo a 3,3 s, ocasião do primeiro pico, as velocidades máximas são 4,28, 2,85, 3 e 2,74 m/s, para as abordagens *PI*, *LQR*, *PQ_r* e *PQ_β* respectivamente. No momento de segundo pico, em 7,8 s, os valores mínimos são similares ao seus respectivos máximos, contudo, negativos.

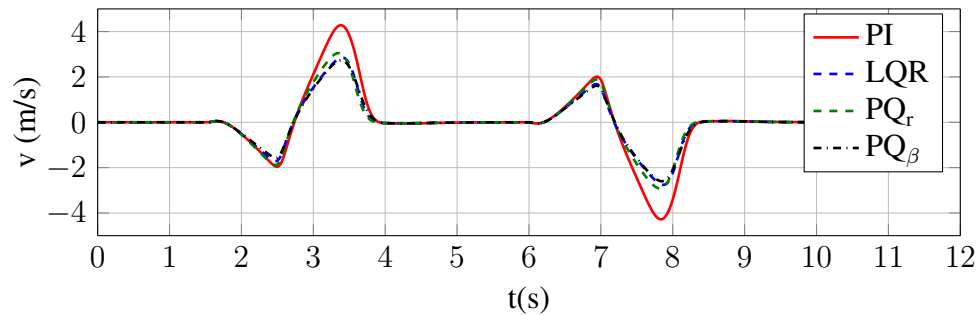


Figura 5.6: Velocidade lateral.

Ainda dentro da análise do movimento lateral, tem-se a taxa de guinada r do veículo. A Figura

5.7 exibe os valores obtidos para a taxa de guinada do veículo. Na abordagem *PI* é evidenciado maiores valores de velocidade angular, que está diretamente relacionado com o comando de direção do veículo.

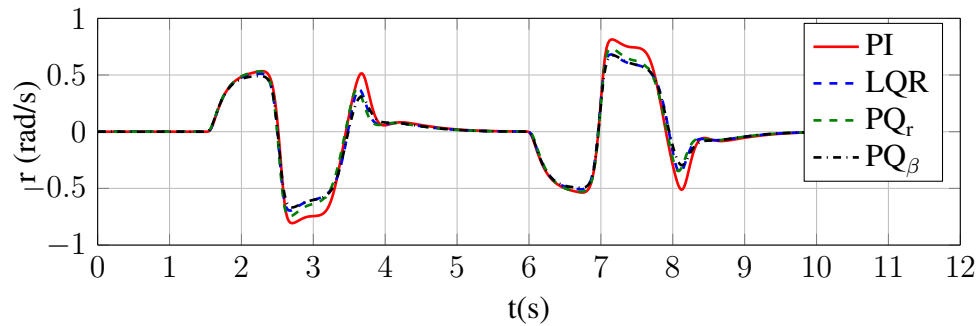


Figura 5.7: Taxa de guinada.

O ângulo de derrapagem β do veículo, calculado pela Equação 3.28, é exibido pela Figura 5.8. As grandes diferenças no comportamento do veículo são perceptíveis nos instantes 3,4 e 7,8s.

Após o terceiro segundo, as abordagens *LQR*, *PQ_r* e *PQ_β* aumentam significativamente a diferença de torques (ver Figura 5.9) entre as rodas, com o objetivo de atingir o valor desejado de velocidade angular. Esta diferença, através da compensação das forças de reação, gera um momento de guinada atuante no veículo, influenciando diretamente em sua dinâmica. Como resultado, consegue-se menores valores de velocidade lateral e menor perda de velocidade longitudinal. Consequentemente, menores valores de β .

O ângulo de derrapagem para a abordagem *PI* atinge $12,77^\circ$ no instante 3,6s. Já o ângulos para as configurações *LQR*, *PQ_r* e *PQ_β* são respectivamente $8,5^\circ$, $9,11^\circ$ e $8,13^\circ$.

Para esta manobra, os controle efetivo de torque foi capaz, através de sua influência direta e ativa sob o momento de guinada resultante, de reduzir o ângulo de derrapagem. Alguns autores, como em Zhang *e outros* (2013), afirmam que um baixo valor de β é vantajoso, de forma que altos valores é um comportamento não desejável.

Os comandos de torque são apresentados na Figura 5.9. Para a abordagem *PI* (Figura 5.9a), os torques entre as rodas esquerda e direita apresentam pouca diferença entre si. Este comportamento é ocasionado devido ao módulo de corrente discutido na seção 3.2.

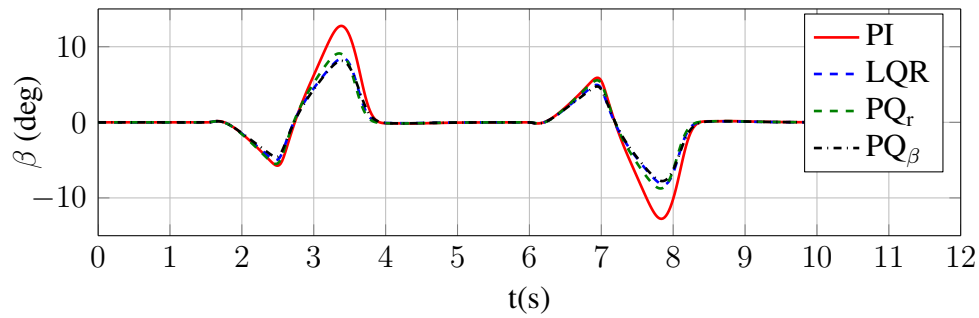


Figura 5.8: Ângulo de derrapagem.

Por forçar torques iguais entre as rodas, esta abordagem apresenta pouca influência no momento de guinada resultante do veículo. Como consequência, verifica-se uma menor performance no movimento lateral, dado que, para realizar uma mesma trajetória, é necessário um maior esforço no comando de direção.

Nas demais abordagens (Figuras 5.9b a 5.9d), nota-se um padrão no perfil de torques. Nos instantes em que a demanda no comando de direção é maior, próximos a 3,5 s e 7,8 s, verifica-se uma grande compensação de torques entre as rodas esquerda e direita, chegando a apresentar diferenças de 350 Nm.

Entre os instantes 4 a 6 s, segmento correspondente a trajetória retilínea, o comportamento é semelhante entre as quatro abordagens, exibindo torques iguais com magnitude variando entre 150 a 100 Nm.

5.3 Considerações Finais

Neste capítulo as abordagens de distribuição de torques propostas no Capítulo 3 foram submetidas a um comando de direção variável. Para isso, foi proposto um controle de posição lateral simplificado para execução da manobra denominada mudança dupla de faixa. O teste foi realizado a uma velocidade de 20 m/s, representado uma situação compatível com um veículo em percurso em uma via de média a alta velocidade.

Conforme mostrou o resultados obtidos quando comparou-se as técnicas LQR e $PQ_{r,\beta}$ com

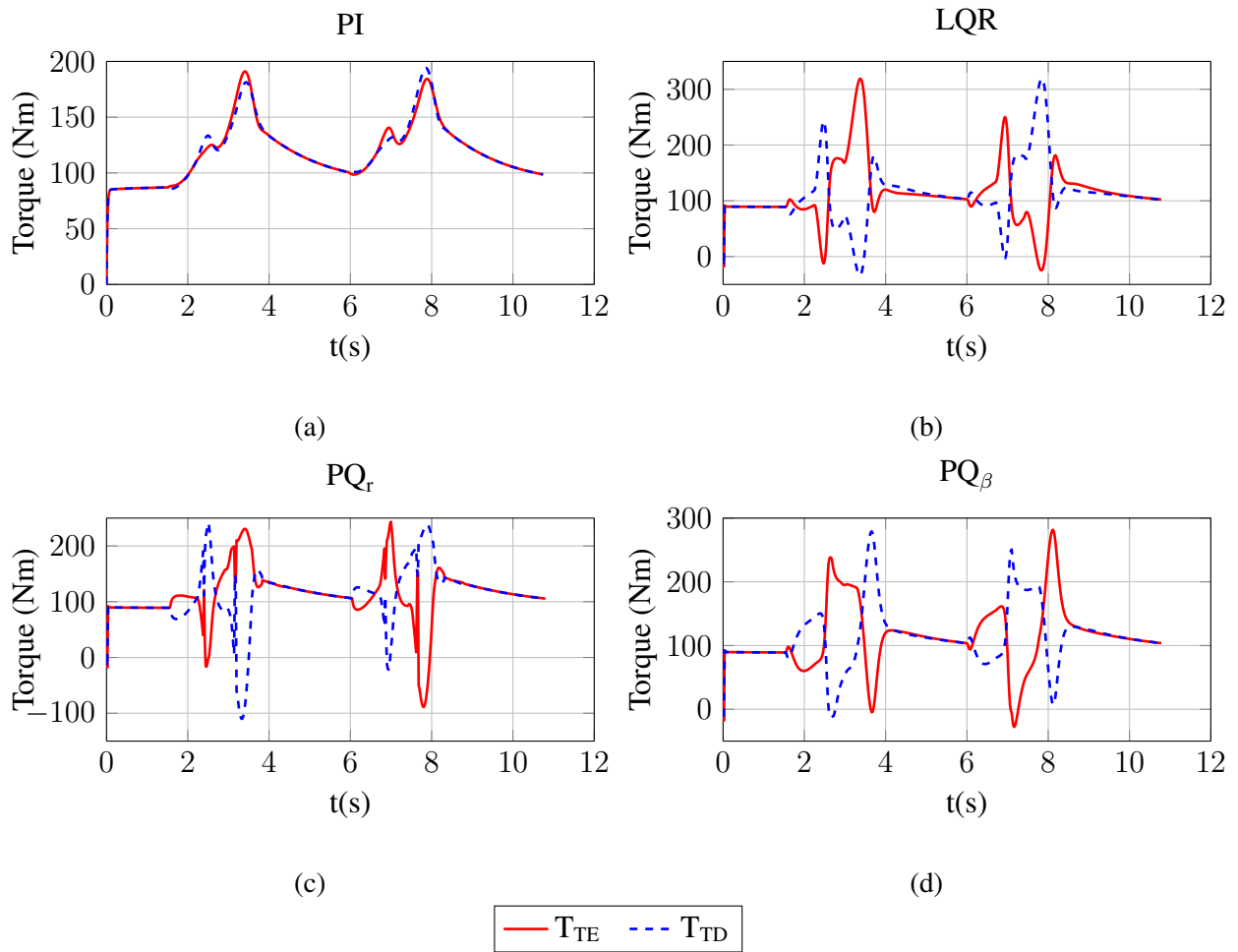


Figura 5.9: Distribuição de torques para a manobra de mudança dupla de faixa nas rodas traseiras para as abordagens: (a) PI, (b) LQR, (c) Programação quadrática PQ_r e (d) Programação quadrática PQ_β .

a abordagem *PI* que simplesmente ignora a dinâmica do veículo e força torques iguais, o grande impacto da distribuição inteligente de toques reside na capacidade de se realizar uma curva com menor raio de curvatura ou, de forma análoga, realizar um mesmo percurso com menor esforço de direção. Desta forma, garantido menores velocidades laterais reduzindo o ângulo de derrapagem do veículo aumentando a segurança e estabilidade.

Capítulo 6

Conclusões e Trabalhos Futuros

Este capítulo apresenta uma conclusão para esta dissertação e uma perspectiva de temas que surgiram durante este estudo e que podem ser investigados no futuro.

6.1 Conclusões Gerais

A dinâmica de um veículo é explicada no Capítulo 2. As equações básicas do movimento são introduzidas, e um modelo tridimensional do veículo é formado. Este modelo reproduz o movimento do veículo em todos os três eixos no espaço, inclusive girar em torno dos três eixos, além do movimento da suspensão. O principal desafio encontrado em sua construção consiste em calcular a força do pneu corretamente, proveniente da interação com o solo. É escolhido e revisado o modelo de pneu descrito pelas equações de Pacejka, ou Fórmula Mágica de Pacejka, sob o qual é apresentado uma análise das forças no pneu em relação aos fenômenos de derrapagem e escorregamento, além dos casos em que verifica-se a existência mútua destes fenômenos, denominados de escorregamento ou derrapagem combinados. Os efeitos disto são discutidos.

Antes de se projetar uma técnica de distribuição independente de torques, é apresentada na Seção 1.3 uma revisão de diferentes modelos de controladores. São relatadas as abordagens mais recentes e relevantes, com resultados promissores. Seus embasamentos teóricos e suas principais entradas e saídas são resumidas.

Em seguida, o processo de concepção e desenvolvimento de três métodos para o controle dos torques é descrito. São propostas uma abordagem clássica, através de um controle PI, outra

abordagem de controle ótimo, através do Regulador Linear Quadrático (LQR) e, por fim, uma abordagem através de controle ótimo em tempo finito, em que cada instante de tempo calcula-se a melhor atuação de torques para o veículo com base em seus estados instantâneos.

Nas duas primeiras abordagens, considera-se apenas o movimento cinemático e dinâmico linearizado do veículo. Na terceira, no entanto, adiciona-se o comportamento dos pneus considerando a existência de escorregamento e derrapagem combinados, além de levar em conta o efeito de rolagem do veículo, através de restrições quadráticas inseridas no problema de otimização convexo construído.

Com o intuito de checar a influência destes métodos na dinâmica veicular, foram realizados, em simulação, experimentos em situações adversas, com variações bruscas de atrito buscando-se criar um cenário crítico para a estabilidade veicular.

Com os resultados obtidos para os diferentes testes com comando de direção em malha aberta, fica evidente o efeito do diferencial eletrônico sobre o comportamento do veículo. Quando a distribuição de torques é feita levando em consideração o ponto de operação dos pneus (abordagens PQ_r e PQ_β), consegue-se evitar valores excessivos para as taxas de escorregamento e ângulos de derrapagem. O que não acontece nas abordagens PI e LQR devido às suposições (aproximações e linearizações) tomadas na construção do modelo e na síntese dos controladores.

A abordagem clássica PI , distribui os torques baseando-se nos erros de velocidades angulares das rodas, além de tender a aplicar torques iguais devido ao módulo de corrente, simulando um diferencial do tipo aberto. Quando em escorregamento excessivo, o torque é reduzido devido às altas rotações da roda em relação a sua referência, por isso, consegue-se evitar que a taxa de escorregamento cresça indefinidamente. Contudo, esta abordagem ignora o momento de guinada total sob o veículo, perdendo o principal benefício da distribuição independente.

A distribuição de torques pela abordagem LQR apresenta altos valores de derrapagem e maior perda de velocidade longitudinal. Este controlador precisa ser calibrado com altos ganhos para se conseguir um bom desempenho. No entanto, um controlador agressivo pode conduzir os atuadores às suas limitações físicas ou com esforços excessivos de controle, apresentando resultados não desejáveis, como os obtidos nos cenários com superfície escorregadia. Em contrapartida, nos terrenos com alta aderência, este controlador apresenta resultados satisfatórios, mostrando-se eficaz no controle da taxa de guinada.

Para as abordagens PQ_r e PQ_b , consegue-se realizar a distribuição independente de torques e, ao mesmo tempo, introduzir restrições vinculadas aos motores e à taxa de escorregamento. Desta forma, nos terrenos com baixa aderência, é possível evitar o escorregamento excessivo enquanto procura-se efetuar o controle de guinada através dos esforços da função objetivo.

No Capítulo 5, uma outra análise é desenvolvida considerando o comando de direção em malha fechada. Uma breve introdução e revisão de abordagens de controladores de posição lateral são expostos. Escolhe-se um controlador simplificado embasado no movimento cinemático do veículo.

Uma manobra denominada mudança dupla de faixa é executada. Esta análise, verifica o desempenho do movimento lateral do veículo através da taxa de guinada, ângulo de derrapagem e velocidade lateral. Com exceção da abordagem clássica PI , que força torques iguais e ignora a análise de momento e velocidade angular, as abordagens de distribuição de torques contribuíram positivamente para o movimento do veículo, permitindo ao mesmo, executar manobras com menor raio de curvatura. Além disso, conseguiu-se reduzir o ângulo de derrapagem do veículo, aprimorando sua estabilidade e garantindo segurança em manobras críticas.

6.2 Trabalhos Futuros

Para o próximo passo, deve-se implementar as estratégias de controle de distribuição de torques apresentadas na Seção 3 no veículo real VERDE. Além disso, pode-se também vislumbrar um comparativo entre os resultados obtidos através do modelo de veículo implementado em MATLAB/SIMULINK com o uso de softwares comerciais de simulação como *CarSim* ou *MSC.Adams*, como uma forma alternativa de validar os estudos.

Um outro passo seria aprimorar o simulador a fim de se reproduzir com maior fidelidade o comportamento real do veículo. O modelo atual, por exemplo, adota uma dinâmica do sistema de amortecimento simplificado. Simular o comportamento do veículo com um modelo de suspensão realista traria os efeitos da massa suspensa composta por amortecedor e roda. Além disso, seus efeitos inerentes ao veículo como rolagem e arfagem e suas influências na transferência de carga entre as rodas seriam mais precisas.

Como trabalho futuro, pode-se também estender o objetivo de controle, contemplando a distribuição independente de torques nas quatro rodas do veículo ou apenas nas rodas dianteiras. Apresentando um comparativo entre elas.

Uma das técnicas de controle apresentadas faz o uso das forças normais dos pneus e utiliza a informação do solo através do coeficiente de atrito. Contudo, dada a dificuldade de medição destes parâmetros, é necessário desenvolver modelos de observadores capazes de estimar tais parâmetros. Tema ainda em foco de pesquisa e com poucos resultados satisfatórios de fácil implementação no veículo real.

Para o controle de posição lateral, adotou-se um modelo cinemático simplificado, ignorando aspectos importantes na dinâmica veicular. Isto posto, sugere-se elaborar um estudo aprofundado com modelos completos tridimensionais e com controladores capazes de contemplar as não linearidades apresentada no movimento de um veículo real.

Referências

AHN, C.S. **Robust Estimation of Road Friction Coefficient for Vehicle Active Safety Systems**. Tese (Doutorado), University of Michigan, fevereiro, 2011.

ANDERSON, B.D.O. e MOORE, J.B.J.B. **Optimal control : linear quadratic methods**. Prentice-Hall information and system sciences series. Englewood Cliffs, N.J. Prentice-Hall, 1989. ISBN 0-13-638651-2.

BAKKER, E.; NYBORG, L. e PACEJKA, H.B. Tyre modelling for use in vehicle dynamics studies. Em **SAE Technical Paper Series**. SAE International, fevereiro, 1987.

BLUNDELL, M. e HARTY, D. **The Multibody Systems Approach to Vehicle Dynamics**. Butterworth-Heinemann, 2004. ISBN 0 7506 5112 1.

BORRELLI, F.; FALCONE, P.; KEVICZKY, T.; ASGARI, J. e HROVAT, D. Mpc-based approach to active steering for autonomous vehicle systems. **IJVAS**, v. 3, n. 2, 265, 2005.

BOYD, S. e VANDENBERGHE, L. **Convex Optimization**. Cambridge University Press, New York, 2 ed., 2004. ISBN 978-0-521-83378-3.

BRACH, R. e BRACH, M. The tire-force ellipse (friction ellipse) and tire characteristics. Em **SAE Technical Paper Series**. SAE International, abril, 2011.

CORDEIRO, R.A. **Modelagem e Controle de Trajetória de um Veículo Robótico Terrestre de Exterior**. Dissertação (Mestrado), Universidade Estadual de Campinas, maio, 2013.

DOUMIATI, M. **Estimation Embarquée Des Efforts Verticaux Et Latéraux D'un Véhicule Pour Le Diagnostic Du Comportement Sur Route**. Tese (Doutorado), University of Technology of Compiègne, outubro, 2009.

FORKENBROCK, G.J. An overview of nhtsa's 2005 esc research program. Em **Proceedings: International Technical Conference on the Enhanced Safety of Vehicles**, v. 2005. National Highway Traffic Safety Administration, 2005.

GENG, C.; MOSTEFAI, L.; DENAI, M. e HORI, Y. Direct yaw-moment control of an in-wheel-motored electric vehicle based on body slip angle fuzzy observer. **IEEE Trans. Ind. Electron.**, v. 56, n. 5, 1411–1419, maio, 2009.

GOGGIA, T.; SORNIOTTI, A.; NOVELLIS, L. e FERRARA, A. Torque-vectoring control in fully electric vehicles via integral sliding modes. Em **2014 American Control Conference**. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), junho, 2014.

GOODARZI, A. e DANESHMAND, V. A novel algorithm for optimum distribution of tire forces in an integrated chassis control system. Em **21st International Symposium on Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks (IAVSD09)**, v. 2009, pp. 17–21. agosto, 2009.

JAZAR, R.N. **Vehicle dynamics : theory and application**. Springer, New York, NY, 2014. ISBN 978-1-4614-8543-8.

KAISER, G. **Torque Vectoring: Linear Parameter-Varying Control for an Electric Vehicle**. Tese (Doutorado), Technischen Universität Hamburg-Harburg, 2015.

KHAJEPOUR, A.; FALLAH, M.S. e GOODARZI, A. **Electric and Hybrid Vehicles: Technologies, Modeling and Control - A Mechatronic Approach**. Wiley, Chichester, West Sussex, United Kingdom, 2014. ISBN 9781118341513.

KOYAMA, M.F.; AZINHEIRA, J.R.; RAMOS, J.J.G.; DE PAIVA, E.C.; MIRISOLA, L.G.B.; AZEVEDO, H. e BUENO, S.S. Controle de velocidade em veículos robóticos elétricos aciona-

dos por dois motores cc independentes. Em **XI Simpósio Brasileiro de automação inteligente (SBAI)**. Fortaleza, Ceará, novembro, 2013.

KRITAYAKIRANA, K.M. **Autonomous vehicle control at the limits of handling**. Tese (Doutorado), Stanford University, junho, 2012.

LI, L. e WU, Z. Study on torque vectoring differential for vehicle stability control via hardware-in-loop simulation. Em **2011 IEEE 3rd International Conference on Communication Software and Networks**. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), maio, 2011.

LIU, W. **Introduction to hybrid vehicle system modeling and control**. Wiley, Hoboken, N.J, 2013. ISBN 1118308409.

MASTINU, G. e PLOEHL, M. **Road and off-road vehicle system dynamics handbook**. CRC Press, Boca Raton, 2013. ISBN 978-1-4200-0490-8.

MILLIKEN, W.F. e MILLIKEN, D.L. **Race car vehicle dynamics**. Society of Automotive Engineers Inc, Warrendale, PA, U.S.A, 1995. ISBN 1 5609 1526 9.

PACEJKA, H.B. **Tyre and vehicle dynamics**. Butterworth-Heinemann, Oxford, 2006. ISBN 0-7506-6918-7.

PACEJKA, H.B. e BAKKER, E. The magic formula tyre model. Em **Proceedings of 1st Colloquium on Tyre Models for Vehicle Analysis**. Vehicle System Dynamics, 1993.

PARK, J.H. e AHN, W.S. H_{∞} yaw-moment control with brakes for improving driving performance and stability. Em **International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics**. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 2000.

RAJAMANI, R. **Vehicle Dynamics and Control**. Springer US, 2012. ISBN 978-1-4614-1432-2.

RUBIN, D. e AROGETI, S.A. Vehicle yaw stability control using active limited-slip differential via model predictive control methods. **Vehicle System Dynamics**, v. 53, n. 9, 1315–1330, junho, 2015.

SCHRAMM, D.; HILLER, M. e BARDINI, R. **Vehicle Dynamics: Modeling and Simulation**. Springer, 2014. ISBN 3540360441.

SHIN, J.; HUH, J. e PARK, Y. Asymptotically stable path following for lateral motion of an unmanned ground vehicle. **Control Engineering Practice**, v. 40, 102–112, julho, 2015.

SHUAI, Z.; ZHANG, H.; WANG, J.; LI, J. e OUYANG, M. Combined AFS and DYC control of four-wheel-independent-drive electric vehicles over CAN network with time-varying delays. **IEEE Trans. Veh. Technol.**, v. 63, n. 2, 591–602, fevereiro, 2014.

SNIDER, J.M. Automatic steering methods for autonomous automobile path tracking. Relatório Técnico CMU-RI-TR-09-08, Robotics Institute, Pittsburgh, PA, fevereiro, 2009.

STOOP, A. **Design and Implementation of Torque Vectoring for the Force Racing Car**. Dissertação (Mestrado), Delft University of Technology, julho, 2014.

SUZUKI, Y.; KANO, Y. e ABE, M. A study on tyre force distribution controls for full drive-by-wire electric vehicle. **Vehicle System Dynamics**, v. 52, n. sup1, 235–250, março, 2014.

TAGNE, G.; TALJ, R. e CHARARA, A. Higher-order sliding mode control for lateral dynamics of autonomous vehicles, with experimental validation. Em **IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)**. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), jun, 2013.

TRUONG, D.V.T.; MEYWERK, M. e TOMASKE, W. Torque vectoring for rear axle using adaptive sliding mode control. Em **2013 International Conference on Control, Automation and Information Sciences (ICCAIS)**. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), novembro, 2013.

VELENIS, E.; FRAZZOLI, E. e TSOTRAS, P. On steady-state cornering equilibria for wheeled vehicles with drift. Em **Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control (CDC) held jointly with 2009 28th Chinese Control Conference**. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), dezembro, 2009.

WANG, R.; JING, H.; CHEN, N. e ZHANG, H. Robust lateral-plane motion control of four-wheel independently actuated electric vehicles. Em **Proceeding of the 11th World Congress on Intelligent Control and Automation**. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), junho, 2014.

YOGURTCU, I.; SOLMAZ, S. e BASLAMSLI, S.C. Lateral stability control based on active motor torque control for electric and hybrid vehicles. Em **2015 IEEE European Modelling Symposium**. Computer Society, fevereiro, 2015.

ZHANG, D.; LIU, G.; WANG, L.; MIAO, P.; SUN, G. e ZHOU, H. Active safety neural network inverse decoupling control for multi-wheel independently driven electric vehicles. Em **2013 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC)**. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), outubro, 2013.

ANEXO A – Dados gerais utilizados em simulação

Esta seção apresenta os parâmetros gerais do veículo, as constantes e os ganhos dos controladores utilizados em simulação. Os valores estão apresentados na Tabelas A.1 e A.2.

Tabela A.1: Ganhos e constantes dos controladores

Descrição	Valor
Torque máximo T_{max} (N/m)	400
Custos C_1 e C_2 (otimização quadrática)	0,07
Custos C_3 (otimização quadrática)	$12 - 2 \times \delta / \delta_{max}$
Custos C_4 (otimização quadrática)	$10 + 2 \times \delta / \delta_{max}$
Ganho proporcional k_p^r para referência angular	0,4
Ganho integral k_i^r para referência angular	0,004
Ganho proporcional k_p^z para referência de momento	0,8
Ganho proporcional k_p^x para referência de velocidade	1
Ganho integral k_i^x para referência de velocidade	0,01
Matriz de ponderação Q (LQR)	$\begin{bmatrix} 1 \times 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & 2 \times 10^2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \times 10^4 \end{bmatrix}$
Matriz de ponderação R (LQR)	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Tabela A.2: Parâmetros gerais do veículo

Parâmetro	Valor	Unidade
Massa m do veículo	1200	$[kg]$
Distância a do CG	1,5	$[m]$
Distância b do CG	2	$[m]$
Distância c do CG	0,9	$[m]$
Distância d do CG	0,5	$[m]$
Coefficiente de rigidez C_σ longitudinal	120000,0	$[N/rad]$
Coefficiente de rigidez C_α lateral	55000,0	$[N/rad]$
Comprimento L do veículo	3,5	$[m]$
Constante k_S elástica da mola	29430,0	$[N/m]$
Coefficiente c_S de amortecimento	2943,0	$[N\ s/m]$
Coefficiente b_{VA} de atrito de translação	1	$[N\ s^2/m]$
Coefficiente $b_{\omega A}$ de atrito de rotação	0,001	$[N\ s^2/rad]$
Ângulo δ_{max} de esterçamento máximo	$[-25,0\ 25,0]$	$[^\circ]$
Histerese da direção	1	$[^\circ]$
Zona morta da direção	0,1	$[^\circ]$
Velocidade máxima de esterçamento da direção	28,0	$[^\circ/s]$
Constante de tempo τ_{dir} da dinâmica da direção	0,3	$[s]$
Raio r_R da roda	0,25	$[m]$
Inércia J_R de rotação da roda	1,0	$[kg\ m^2]$
Coefficiente $b_{\Omega A}$ de atrito de rotação das rodas	0,003	$[N\ s^2/m]$
Tensor J de inércia	$\begin{bmatrix} 337,5 & 0 & 0 \\ 0 & 337,5 & 0 \\ 0 & 0 & 1350 \end{bmatrix}$	$[kg\ m^2]$